Hydraulische Berechnung von Füll- und Entleerungsvorgängen bei Schleusen

Vorbemerkungen:

1. Für die Berechnung werden Oberwasserstand (OW) bzw. Unterwasserstand (UW) in den betreffenden Kanalhaltungen als konstant angenommen. Das trifft bei relativ schmalen Vorhäfen von Kanalschleusen nicht ganz zu; i. a. kommt es beim Entleerungsvorgang zu Schwallerscheinungen in der unteren Haltung und beim Füllvorgang zu Sunkerscheinungen in der oberen Haltung. Beide Erscheinungen setzen sich in den betreffenden Haltungen mit Wellengeschwindigkeit ($c = \sqrt{(g * h)}$ = Flachwasserwellengeschwindigkeit mit g = Erdbeschleunigung und h = Wassertiefe) fort und überlagern sich ggf. den betreffenden Erscheinungen an der jeweils benachbarten Schleuse.

2. Bei der Dimensionierung der Schleusenkammergröße sowie der Füll- und Entleerungseinrichtungen spielt die Ausspiegelungszeit T (Füll- bzw. Entleerungsdauer) sowohl für die Schiffahrt als auch für den Betrieb und die Sicherheit der Schleuse eine besondere Rolle:

   a. wegen des hierdurch bedingten Zeitverlustes und

   b. wegen der durch instationäre Strömungsvorgänge ausgelösten Kraftwirkungen an Schiffsgefäßen, Haltevorrichtungen (Trossenzugkräfte an Pollern) und Bauwerksberandungen (insbesondere der Vorhafensohle).

I. Instationäre Ausgleichsströmung verbundener Gefäße

Der Ansatz für *unvollkommenen Ausfluß*, vergl. Abb. 01

$$Q = c * \mu * a_1 * \sqrt{(2 * g * h_F)} \qquad (01)$$

wird modifiziert in der Art, daß die Beiwerte

$c = f(h/a,\ h_u/a)$ und

$\mu = f(h/a)$

bezüglich des instationären Abflußvorganges zu einem neuen Beiwert zusammengefaßt werden

$\mu_1 = c * \mu$,

der aus Modellversuchen zu bestimmen ist.

Anfangs ist

$$Q = \mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g * h_F)}. \qquad (02)$$

Für mit der Zeit veränderliche Fallhöhe $h_t = f(t)$ ergibt sich unter Verwendung der Bezeichnungen der Abbildung 01

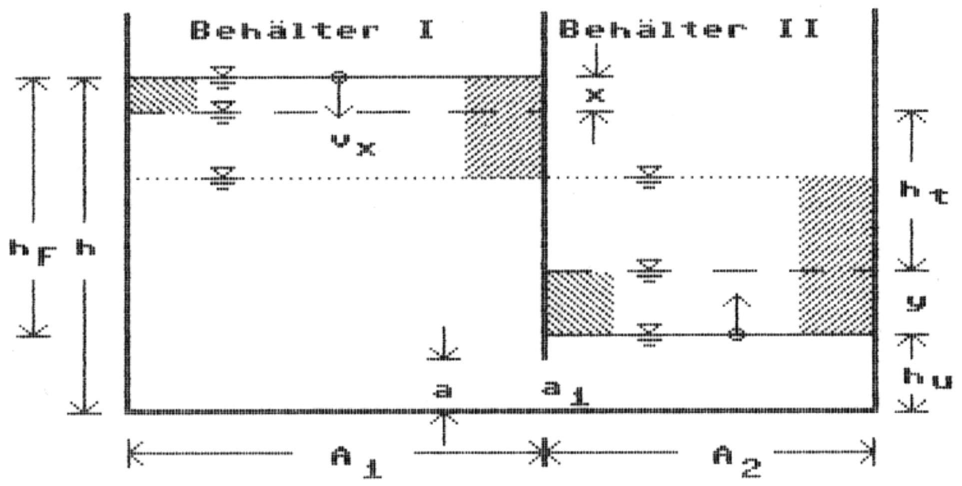


Abb. 01: Instationäre Ausgleichsströmung

$$Q = \mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g * h_t)} \tag{03}$$

Darin wird mit

$$x * A_1 = y * A_2$$

$$h_t = h_F - (A_1 + A_2) * x / A_2. \tag{04}$$

Wird mit v_x die Sinkgeschwindigkeit des Wasserspiegels im Behälter I bezeichnet, ist aus Gründen der Kontinuität

$$Q = v_x * A_1 = \mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g * h_t)}. \tag{05}$$

Mit x aus Gleichung (04)

$$x = A_2 * (h_F - h_t)/(A_1 + A_2)$$

wird die Sinkgeschwindigkeit v_x erhalten aus der Anwendung der Kettenregel für die Differentiation

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dh_t} * \frac{dh_t}{dt} \tag{06}$$

$$v_x = - \frac{A_2}{A_1 + A_2} * \frac{dh_t}{dt} \tag{07}$$

Eingesetzt in Gleichung (05) ergibt die Differentialgleichung

$$- \frac{A_2 * A_1}{A_1 + A_2} * \frac{dh_t}{dt} = \mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g * h_t)} \tag{08}$$

Trennung der Veränderlichen:

$$- \frac{A_2 * A_1}{A_1 + A_2} * \frac{dh_t}{\mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g * h_t)}} = dt \qquad (09)$$

Integration: h_t fällt von h_F bis 0 ; Vorzeichen !

$$\frac{A_2 * A_1}{A_1 + A_2} * \frac{1}{\mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)}} * \int_0^{h_F} dh_t/\sqrt{(h_t)} = \int_0^T dt \qquad (10)$$

$$T = \frac{A_2 * A_1}{A_1 + A_2} * \frac{1}{\mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)}} * 2 * \sqrt{(h_t)} \Big|_0^{h_F} \qquad (11)$$

$$T = \frac{A_2 * A_1}{A_1 + A_2} * \frac{2 * \sqrt{(h_F)}}{\mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)}} \qquad (12)$$

II. Füllung aus Behälter I mit konst. Oberwasserstand

Umformung von Gleichung (12):

$$T = \frac{A_2}{1 + A_2/A_1} * \frac{2 * \sqrt{(h_F)}}{\mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)}} \qquad (12a)$$

mit A_1 gegen OO und $A_2 = A$

$$T = \frac{A}{1 + 0} * \frac{2 * \sqrt{(h_F)}}{\mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)}} \qquad (13)$$

III. Entleerung bei konstantem Unterwasserstand

Umformung von Gleichung (12):

$$T = \frac{A_1}{1 + A_1/A_2} * \frac{2 * \sqrt{(h_F)}}{\mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)}} \qquad (12b)$$

mit A_2 gegen OO und $A_1 = A$

$$T = \frac{A}{1 + 0} * \frac{2 * \sqrt{(h_F)}}{\mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)}} \qquad (13)$$

IV. Berücksichtigung eines linearen Öffnungsgesetzes für die Füll- bzw. Entleerungseinrichtungen

$$a = a(t) = c * t = \frac{a_1}{t_1} * t \tag{14}$$

Darin sind

a_1 = vollständig freigegebener Querschnitt der Durchflußöffnungen

t_1 = insgesamt für den Öffnungsvorgang erforderliche Zeit

Es sind i.a. gemäß Abb. 02 zwei Phasen des Füll- bzw. Entleerungsvorganges zu unterscheiden.

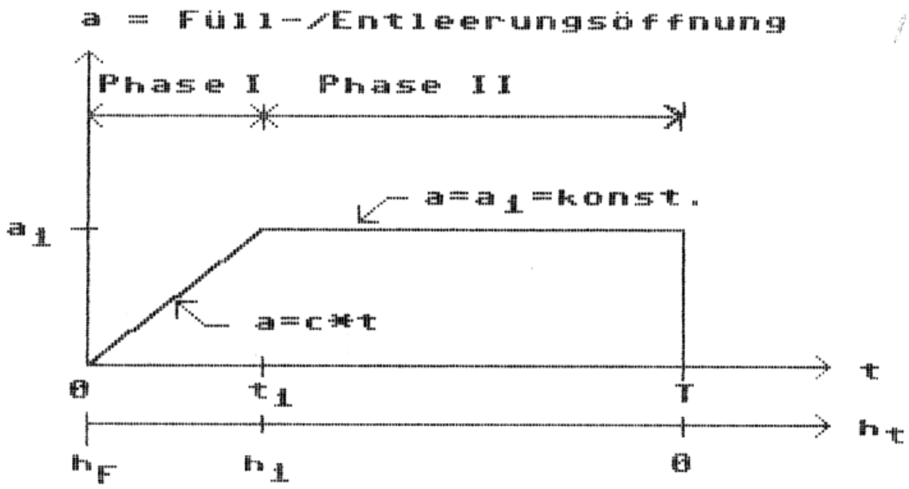


Abb. 02: Öffnungsgesetz

Phase I:

Mit dem Beginn des Schützhubes beginnt die Füllung bzw. Entleerung bis zum Zeitpunkt t_1 die Durchflußöffnungen vollständig freigegeben sind (lineares Öffnungsgesetz).

Phase II:

Ausspiegelungsvorgang mit vollständig freigegebenen Durchflußöffnungen, (vergl. II. bzw. III.).

(mögliche Sonderfälle: gesamte Ausspiegelungsdauer $T \le t_1$).

Es wird exemplarisch für den Füllvorgang in der Differentialgleichung (08) anstelle $a = a_1$ = konst. $a = a(t)$ (Gleichung 14) berücksichtigt und die Substitution $z = h_t$; $dz = dh_t$ vorgenommen.

Mit $A_1 = 00$ und $A_2 = A = L * B$ (L = Länge und B = Breite der Schleusenkammer) wird

$$- A * \frac{dz}{dt} = \mu_1 * c * t * \sqrt{(2 * g * z)} \tag{08a}$$

Trennung der Veränderlichen:

$$\frac{dz}{\sqrt{(z)}} = - \frac{\mu_1 * c * \sqrt{(2 * g)}}{A} * t * dt \tag{15}$$

Integration:

$$\int_{h_F}^{h_t} dz/\sqrt{(z)} = - \frac{\mu_1 * c * \sqrt{(2 * g)}}{A} * \int_0^T t * dt \tag{16}$$

$$2 * \sqrt{(z)}\Big|_{h_F}^{h_t} = - \frac{\mu_1 * c * \sqrt{(2 * g)}}{A} * t^2/2 \tag{17}$$

$$\sqrt{(h_t)} - \sqrt{(h_F)} = - \frac{\mu_1 * c * \sqrt{(2 * g)}}{4 * A} * t^2 \tag{18}$$

$$\sqrt{(h_t)} = \sqrt{(h_F)} - \frac{\mu_1 * \sqrt{(2 * g)}}{4 * A} * \frac{a_1}{t_1} * t^2 \tag{19}$$

Dieser Ausdruck kann in der Formel für unvollkommenen Ausfluß, Gleichung (03), bei gleichzeitiger Berücksichtigung von (14) verwendet werden:

$$Q(t) = \mu_1 * a(t) * \sqrt{(2 * g)} * \sqrt{(h_t)} \tag{03a}$$

$$Q(t) = \mu_1 * \frac{a_1}{t_1} * \sqrt{(2 * g * h_F)} * t - \frac{\mu_1^2 * g * a_1^2}{2 * A * t_1^2} * t^3 \tag{20}$$

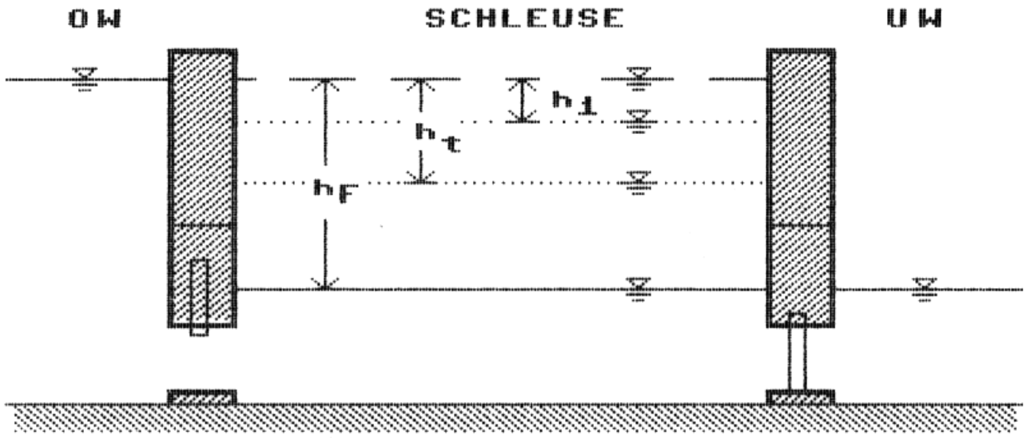


Abb. 03: Schleusenfüllvorgang

<u>Diskussion Phase I:</u>

a. Maximaler Ein- bzw. Ausstrom

$$\frac{dQ}{dt} = 0 = \mu_1 * \frac{a_1}{t_1} * \sqrt{(2 * g)} * \sqrt{(h_F)} - \frac{\mu_1^2 * g * a_1^2}{2 * A * t_1^2} * 3 * t^2 \quad (21)$$

$$_{max}t = \sqrt{\frac{4 * A * t_1 * \sqrt{(h_F)}}{3 * \mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)}}} \quad (22)$$

$$_{max}Q = 0{,}7698 * \sqrt{\frac{\mu_1 * a_1 * A * \sqrt{(2 * g)} * h_F^{3/2}}{t_1}} \quad (23)$$

$_{max}t$ in Gleichung (19) ergibt die Wasserspiegeldifferenz zum Zeitpunkt des maximalen Durchflusses:

$h_t(_{max}Q) = 4 * h_F/9$

b. Durchfluß bei vollständig freigegebem Durchflußquerschnitt

$t = t_1$ und $h_t = h_1$ in Gleichung (19) einsetzen

$$\sqrt{(h_1)} = \sqrt{(h_F)} - \frac{\mu_1 * \sqrt{(2 * g)}}{4 * A} * \frac{a_1}{t_1} * t_1^2 \quad (19a)$$

und Gleichung (03) verwenden:

$$Q(t_1) = \mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)} * \sqrt{(h_1)} \quad (03b)$$

Sonderfall: $t_1 = 0$

$$Q(t_1 = 0) = \mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)} * \sqrt{(h_F)} \qquad (03c)$$

c. öffnungszeit t_1 = Ausspiegelungszeit T

In Gleichung (19a) ist $h_1 = 0$ und $t_1 = T$

$$T = t_1 = \frac{4 * A * \sqrt{(h_F)}}{\mu_1 * \sqrt{(2 * g)} * a_1} \qquad (24)$$

Verglichen mit der nach Gleichung (13) für $t_1 = 0$ berechneten, ist dies gerade die zweifache Ausspiegelungsdauer:

$$T(t_1 = T) = 2 * T(t_1 = 0)$$

Kontrolle: $t_1 = T$ einsetzen in Gleichung (20) ergibt

$$Q = 0$$

<u>Diskussion Phase II:</u>

Phase II existiert, wenn $t_1 < T$; dann ist $h_1 > 0$ und $a = a_1 =$ konst.

a. Durchfluß

In Gleichung (15) wird anstelle von $c * t$ die konstante öffnung a_1 verwendet; Integration in den Grenzen h_1 bis h_t bzw. t_1 bis t.

$$\int_{h_1}^{h_t} dz/\sqrt{(z)} = - \mu_1 * \frac{a_1}{A} * \sqrt{(2 * g)} * \int_{t_1}^{t} dt \qquad (25)$$

$$2 * \sqrt{(z)}\Big|_{h_1}^{h_t} = - \mu_1 * \frac{a_1}{A} * \sqrt{(2 * g)} * t\Big|_{t_1}^{t} \qquad (26)$$

$$\sqrt{(h_t)} = \sqrt{(h_1)} - \mu_1 * \frac{a_1}{2 * A} * \sqrt{(2 * g)} * (t - t_1) \qquad (27)$$

einzusetzen in (03) ergibt:

$$Q(t > t_1) = \mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)} * \sqrt{(h_t)} \qquad (28)$$

$$Q = \mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)} * (\sqrt{(h_1)} - \mu_1 * \frac{a_1}{2 * A} * \sqrt{(2 * g)} * (t - t_1))$$

b. Restfüllzeit

Die Kammer ist gefüllt, wenn bei $t = T$ der Kammerwasserspiegel den OW erreicht hat; ein Druckunterschied besteht nicht mehr und es ist $h_t = 0$ und $Q = 0$.

Hierfür ergibt sich aus Gleichung (27) für die Restfüllzeit

$$T - t_1 = t_2 = \frac{2 * A * \sqrt{(h_1)}}{\mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)}} \qquad (29)$$

Der Sonderfall der Gleichung (13) ergibt sich auch hieraus für $t_1 = 0$ und $h_1 = h_F$.

$$T = \frac{2 * A * \sqrt{(h_F)}}{\mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)}} \qquad (13)$$

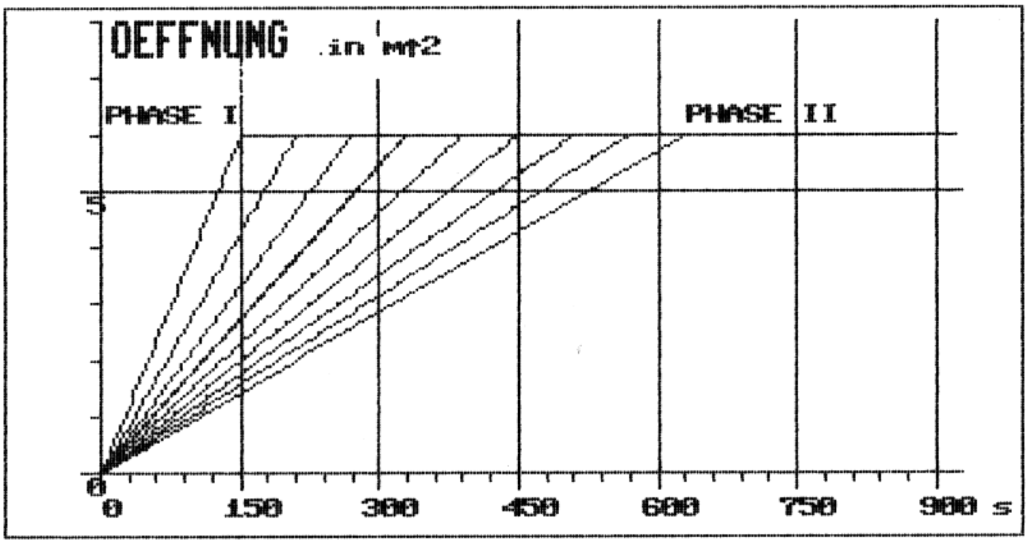
c. Gesamtausspiegelungszeit

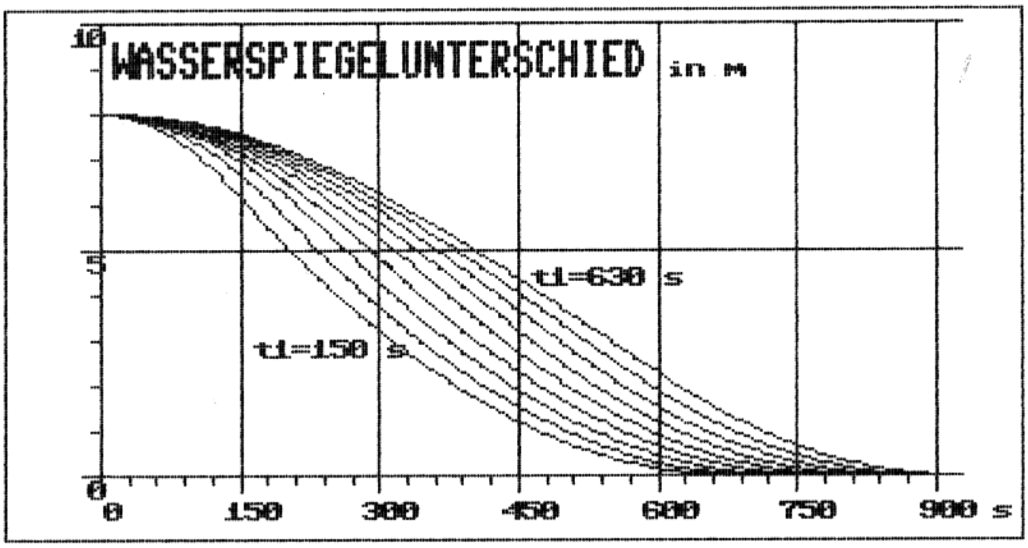
Mit $\sqrt{(h_1)}$ aus Gleichung (19a) eingesetzt in Gleichung (29) ist die gesamte Ausspiegelungsdauer

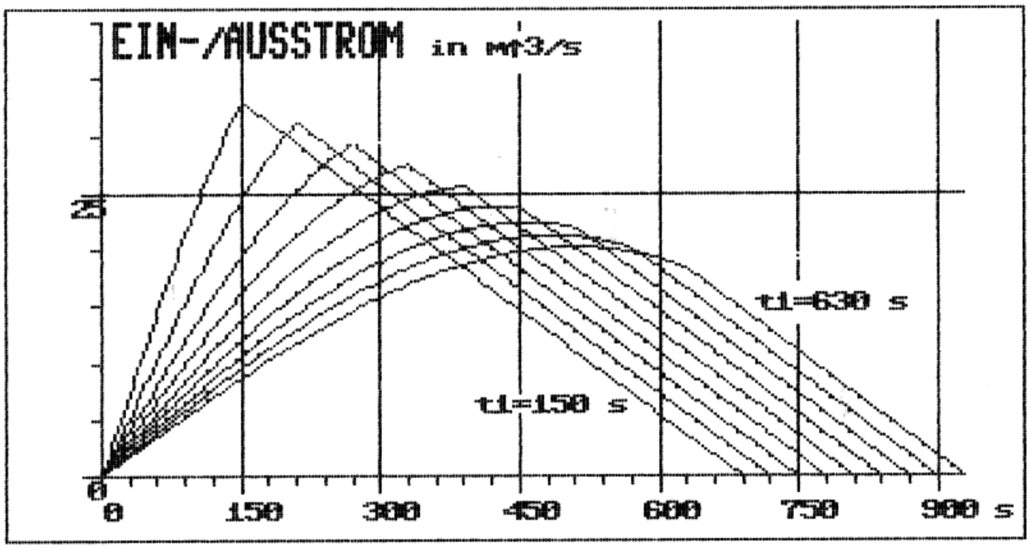
$$T = t_1 + t_2$$

$$T = t_1 + \frac{2 * A}{\mu_1 * a_1 * \sqrt{(2 * g)}} * \left(\sqrt{(h_F)} - \frac{\mu_1 * \sqrt{(2 * g)} * a_1 * t_1}{4 * A}\right)$$

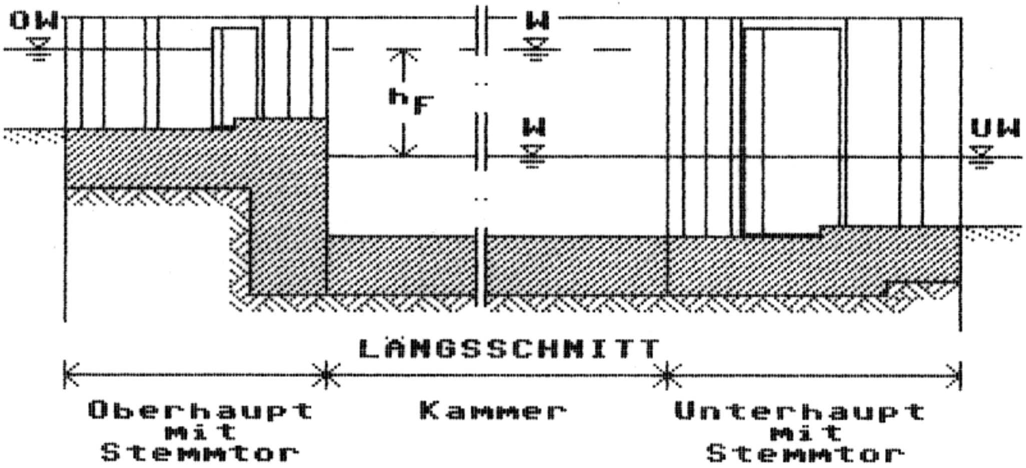
$$T = t_1 + T(t_1 = 0) * \left(1 - \frac{\mu_1 * \sqrt{(2 * g)} * a_1 * t_1}{\sqrt{(h_F)} * 4 * A}\right) \qquad (30)$$


OEFFNUNG in m↑2
PHASE I
PHASE II
5
0
0 150 300 450 600 750 900 s

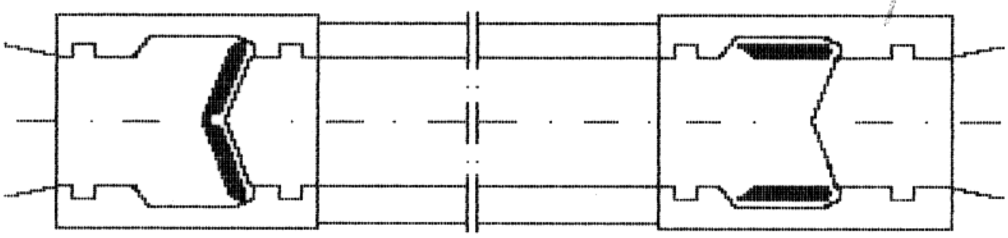

10
WASSERSPIEGELUNTERSCHIED in m
5
t1=630 s
t1=150 s
0
0 150 300 450 600 750 900 s


EIN-/AUSSTROM in m↑3/s
25
t1=630 s
t1=150 s
0
0 150 300 450 600 750 900 s

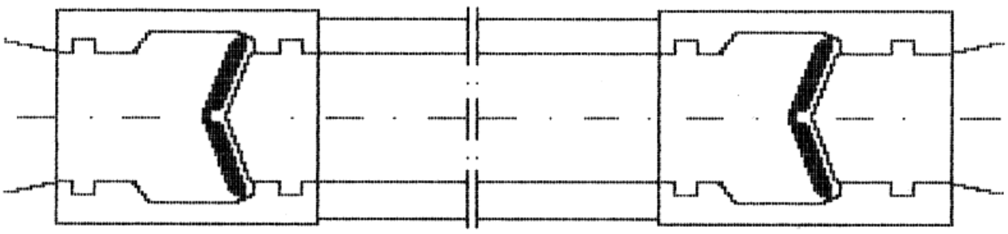
SCHLEUSE



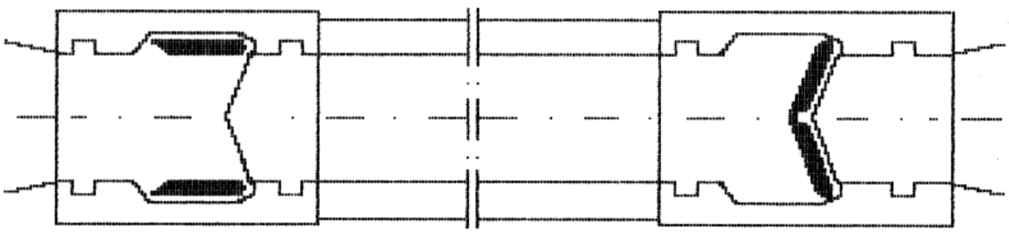
GRUNDRISS



Schleusenwasserstand W = UW
Ein- / Ausfahrt



Schleusenwasserstand OW >= W >= UW
Füll- oder Entleerungsvorgänge



Schleusenwasserstand W = OW
Ein- / Ausfahrt