2. 5. Wellenfortschrittsgeschwindigkeiten

Allgemein folgt aus verschiedenen Wellentheorien und insbesondere aus der Wellentheorie von AIRY-LAPLACE für Sinuswellen beliebiger Länge L und *für alle Wassertiefen d* die Beziehung für die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit c, (vergl. auch Abschnitt 1 für Tiefwasser und besonderes Kapitel 2.6. Dispersion)

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{g \cdot L}{2 \cdot \pi} \cdot \tanh\left(\frac{2 \cdot \pi}{L} \cdot d\right)}} \qquad (17)$$

Sie sagt aus, dass Wellen sich um so schneller ausbreiten

a) je größer ihre Längen L und
b) je größer die Wassertiefen d sind.

Mit $\frac{dc}{dL} > 0$ bzw. $\frac{dc}{df} < 0$ beschreibt sie eine sog. *Normale Dispersion*

Wie in Abschnitten 1 und 2.2 ausgeführt, darf die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit (= Wellenschnelligkeit) c nicht mit den Orbitalgeschwindigkeiten w verwechselt werden. Diese müssen stets kleiner als die Wellenschnelligkeit sein, damit die Wellenbewegung stabil bleibt.
Ist statt der Wellenlänge L die Wellenperiode T gegeben, so kann mit Gleichung (2)

$$\boxed{c = \frac{L}{T}} \tag{02}$$

durch geeignete Iterationsverfahren die Wellenschnelligkeit (= Wellenfortschrittsgeschwindigkeit) nach Gleichung (17) ermittelt werden. Sie kann jedoch einfacher auch einer Grafik entnommen werden, vergl. weiter unten.

Gleichung (17) kann für verhältnismäßig *große* Wassertiefen (Tiefwasser) und für *kleine* Wassertiefen durch Näherungsgleichungen ersetzt werden:

a) Tiefwasser

für $d \geq L/2$ (07)

kann in Gleichung (17) näherungsweise

$$\tanh\left(\frac{2 \cdot \pi}{L} \cdot d\right) \approx 1$$

gesetzt werden.

Es wird

$$c = \sqrt{\frac{g \cdot L}{2 \cdot \pi}} = 1{,}25 \cdot \sqrt{L} \qquad (18)$$

Mit Gleichung (2)

$$c = \frac{L}{T} \qquad (02)$$

kann für Tiefwasserbedingungen auch die Beziehung zwischen der Wellenschnelligkeit c und der Wellenperiode T durch

$$c = \frac{g \cdot T}{2 \cdot \pi} \qquad (19)$$

ausgedrückt werden. Ebenso ergibt sich mit Gleichung (02) die Beziehung zwischen der Wellenlänge L und der Wellen-periode T zu

$$L = c \cdot T = \frac{g \cdot T^2}{2 \cdot \pi} \qquad (20)$$

Im metrischen System gibt es daher für Tiefwasserbedingungen die einfachen Beziehungen

$$c = 1{,}56 \cdot T \qquad (19)$$

und

$$L = 1{,}56 \cdot T^2 \qquad (20)$$

Folgerungen für

<u>a). Tiefwasser:</u> Bei $\boxed{d \geq L/2}$

hat die Wassertiefe auf die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit keinen Einfluss mehr und die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit c wächst *linear* mit der Wellenperiode T.
Die Wellenlänge L nimmt mit dem *Quadrat* der Wellenperiode T zu.

<u>Bemerkung:</u> Bei schweren Stürmen entstehen Wellen großer Länge (Periode); sie bewegen sich schneller als das erzeugende Sturmtief selbst. Anschwellende *Dünung* (= langperiodischer Seegang) war zu allen Zeiten in der Seefahrt als Sturmzeichen bekannt und gefürchtet.
Dagegen sind die extrem langen Tsunami-Wellen (seismische Schwerewellen) auf offenem Meer kaum wahrnehmbar. Wegen ihrer andersartigen Erzeugung durch plötzliche Bewegungen des Meeresbodens entspricht ihre Kinematik derjenigen von Flachwasserwellen.

b) Flachwasser

Bei sehr flachem Wasser, wo die Wassertiefe etwa

$$\boxed{d \leq 0{,}1 \cdot L}$$

kann der tanh durch sein Argument ersetzt werden:

$$\tanh\left(\frac{2 \cdot \pi}{L} \cdot d\right) \approx \frac{2 \cdot \pi}{L} \cdot d$$

und es wird aus Gleichung (17) die einfache LAGRANGEsche Gleichung für Schwall und Sunk (Flachwasserwellenfortschrittsgeschwindigkeit)

$$\boxed{c = \sqrt{g \cdot d}} \qquad (21)$$

mit der Wellenlänge nach Gleichung (02)

$$\boxed{L = c \cdot T = \sqrt{g \cdot d} \cdot T} \qquad (22)$$

Weitere Folgerungen für Flachwasser:

Unter Flachwasserbedingungen hat die Wellenperiode T keinen Einfluss auf die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit c und die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit c ist nur noch von der Wassertiefe d abhängig.

Bemerkungen:

Aus der Ableitung der LAGRANGEschen Gleichung aus dem Impulssatz, s.o., geht hervor, dass auch die Wellenhöhe als Term zweiter Ordnung in die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit eingeht. Es lautet die Lösung 2. Ordnung beispielsweise

$$c = \sqrt{g \cdot d} \cdot \sqrt{1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{H}{d}}$$

Dies hat zur Folge, dass in sehr flachem Wasser (etwa vor und in Brandungszonen) die Wellenhöhe derart eingeht, dass höhere Wellen etwas schneller sind als niedrigere Wellen. Diese Beziehung wird aber von weiteren nichtlinearen Prozessen begleitet, sodass sie nicht deutlich hervortritt (vergl. auch ANOMALE DISPERSION weiter hinten).

Mit der allgemeinen Lösung für die Wellenfortschritts-geschwindigkeit c nach AIRY-LAPLACE

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{g \cdot L}{2 \cdot \pi} \cdot \tanh\left(\frac{2 \cdot \pi}{L} \cdot d\right)}} \qquad (17)$$

sind jedenfalls <u>alle Wassertiefenbereiche</u> erfasst. Für die Wasser-tiefen der Deutschen Bucht und der Ostsee ist eine Parameter-darstellung auf 03.14 wiedergegeben. Hier handelt sich um eine Darstellung der Wellenfortschrittsgeschwindigkeit c in m/s über der Frequenz f in Hz. Zur Verwendung dieser Auftragung ist es demnach erforderlich, eine ggf. bekannte Wellenperiode T gemäß

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

umzurechnen.

Durch Verwendung des Diagramms 03.14 kann im Einzelfall leicht festgestellt werden, ob eine Näherung für den *Tiefwasserbereich*

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{g \cdot L}{2 \cdot \pi}}} \qquad (18)$$

oder für den *Flachwasserbereich*

$$\boxed{c = \sqrt{g \cdot d}} \qquad (21)$$

der gewünschten Genauigkeit entspricht oder nicht..

Zur Transformation von Schwerewellen:

Langwellige Schwingungswellen (Schwerewellen) (ggf. auch Tsunami - Wellen), die - aus dem Tiefwasser kommend - sich der Küste näheren, unterliegen insbesondere der durch *abnehmende* Wassertiefe bedingten *Wellentransformation* (→Shoaling Effekt, siehe 13.1ff).

Unter der meist zulässigen Voraussetzung, dass Energieumwandlungen (etwa durch Bodenreibung und Wellenbrechen) vernachlässigt werden können und die durch den Vertikalquerschnitt hindurch tretende Wellenleistung

$$\boxed{P = \frac{1}{8} \cdot \gamma \cdot b \cdot H^2 \cdot \frac{L}{T} = konst.}$$ ist (vergl. 13.12),

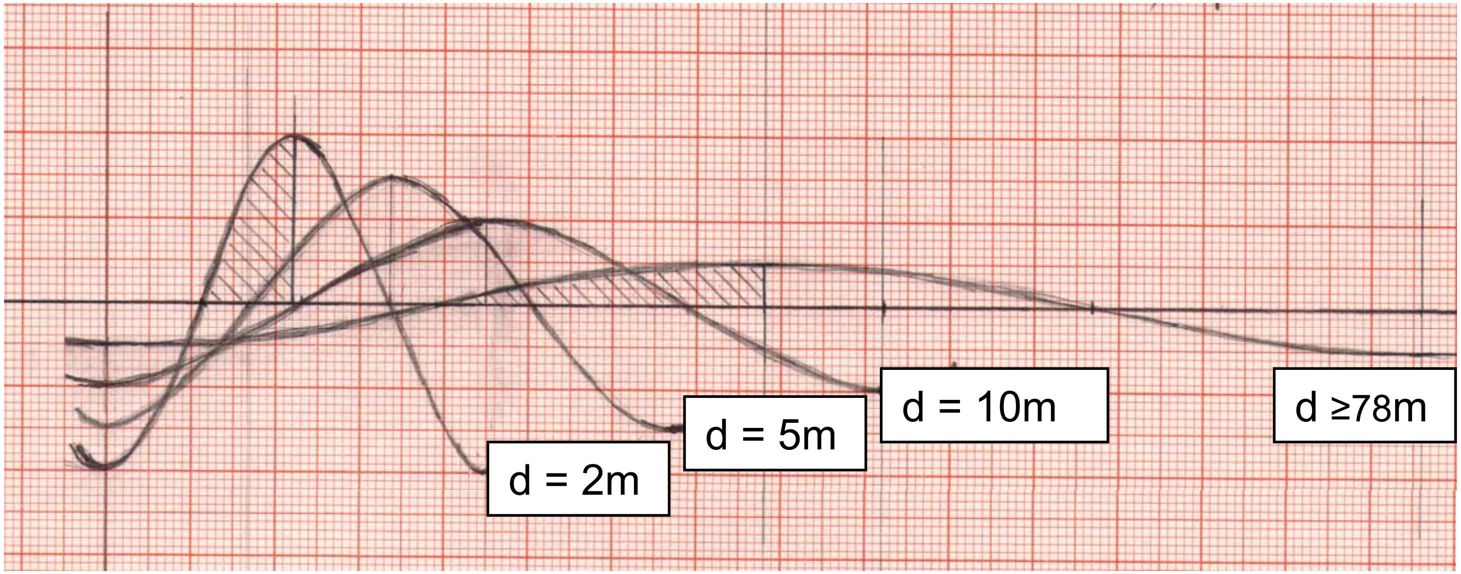
ist eine derartige Transformation *einerseits* durch
- *abnehmende Wellenlängen L* bzw. *abnehmende Wellenfortschrittsgeschwindigkeiten c = L/T*

und *andererseits*
- durch *zunehmende Wellenhöhe H*

gekennzeichnet.
Dementsprechend tritt also die durch das Quadrat der Wellenhöhe charakterisierte *zerstörerische Energie* von Schwerewellen mit zunehmender Annäherung an die Küste durch immer stärkere Wellensteilheit (S = H/L) auch visuell immer stärker in Erscheinung.

Theoretische Transformation einer Schwerewelle (lineare Näherung (Sinus-Wellen)).

Beispiel einer aus dem Tiefwasser kommenden Welle mit der Periode T = 10s, Länge L_o = 156m, Höhe H_0 = 1m.



d[m]	L[m]	H[m]
≥L/2	156	1
10	092	2
05	067	3
02	044	4

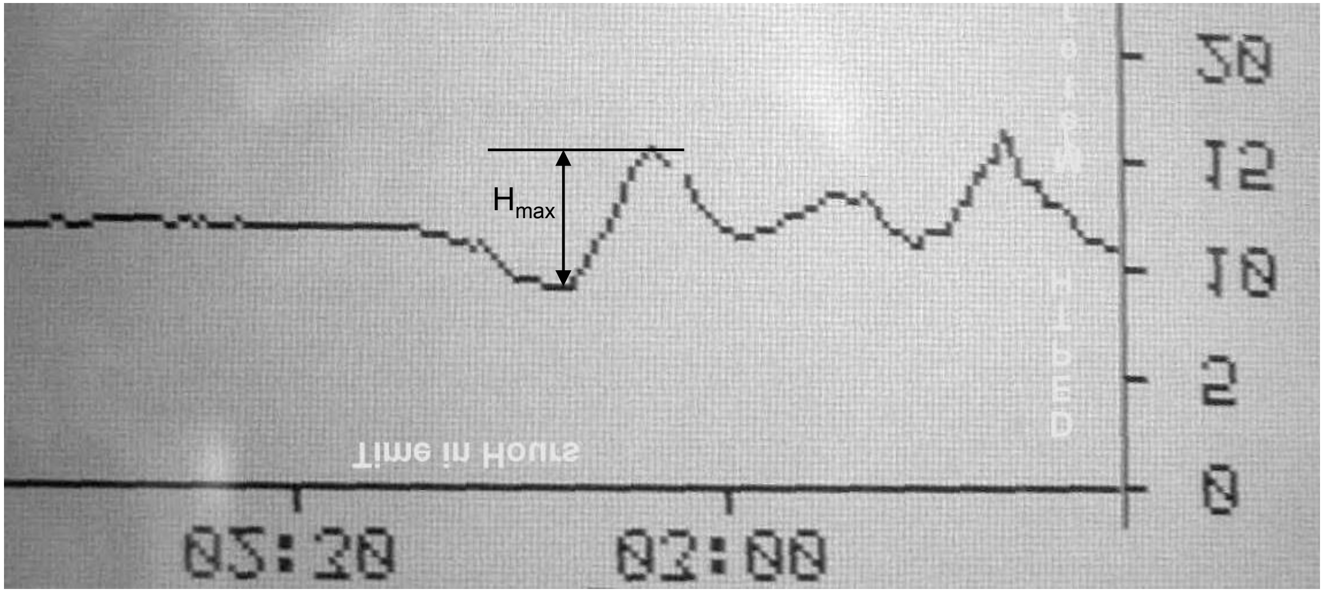
Die Welle wird mit der abnehmenden Wassertiefe immer kürzer und höher bis sie *etwa* bei einer Wassertiefe d = H bricht. Demnach wäre die für d = 2m dargestellte Wellenform einer Schwingungswelle mit einer Wellenhöhe von H = 4m nicht mehr möglich !

Transformation von Tsunami-Wellen:

Tsunami – Wellen stellen bereits bei ihrer Erzeugung - wegen ihrer extremen Länge (L >150km >>2d) - in der Regel *Flachwasserwellen* dar, deren Geschwindigkeit (bis etwa 1.000km/h) durch Gleichung (21) gegeben ist. Ihre Transformation zu kürzeren Wellenlängen erfolgt demnach in Abhängigkeit von der Wassertiefe d gemäß

$$\boxed{L = c \cdot T = \sqrt{g \cdot d} \cdot T}$$

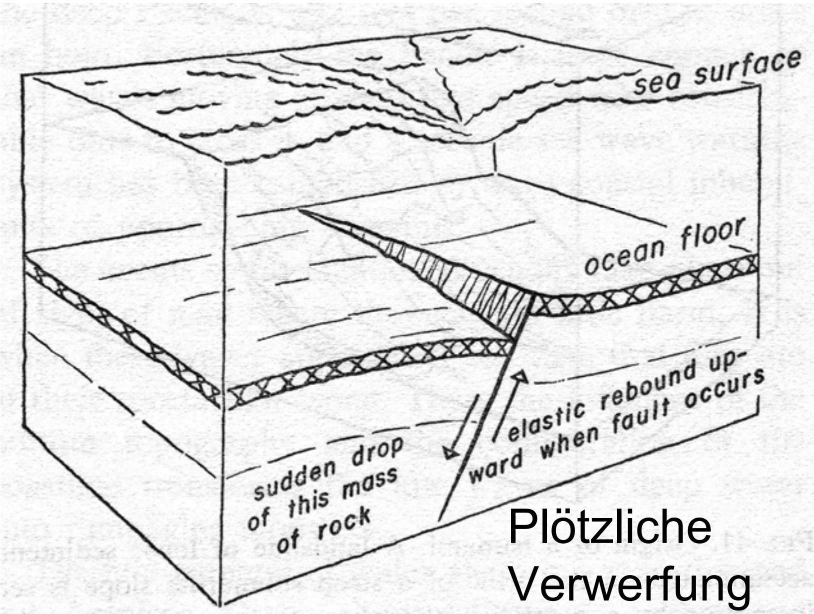
Tsunami in Küstennähe am 26.12.2005, 1 SM westl. von Phuket:



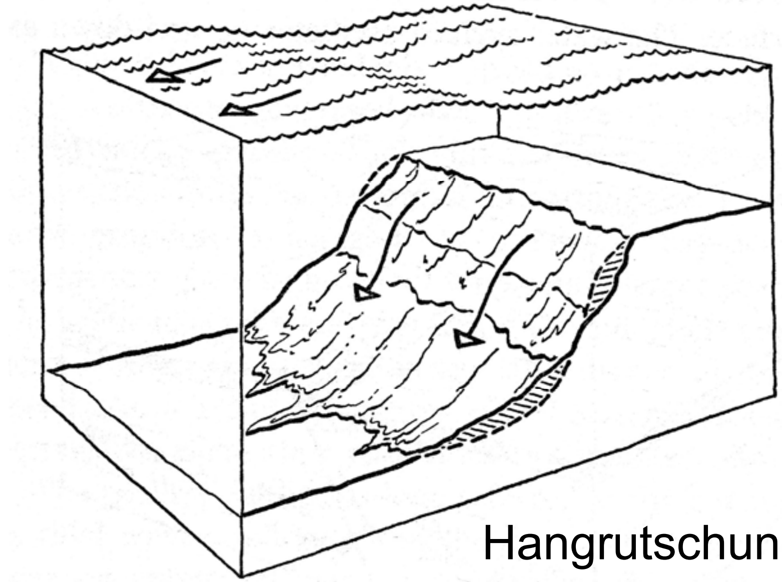
(Ship „Mercator")

d[m]	11,91
T[s]	26,35
H_{max}[m]	06,56
c[m/s]	10,81
L[m]	285

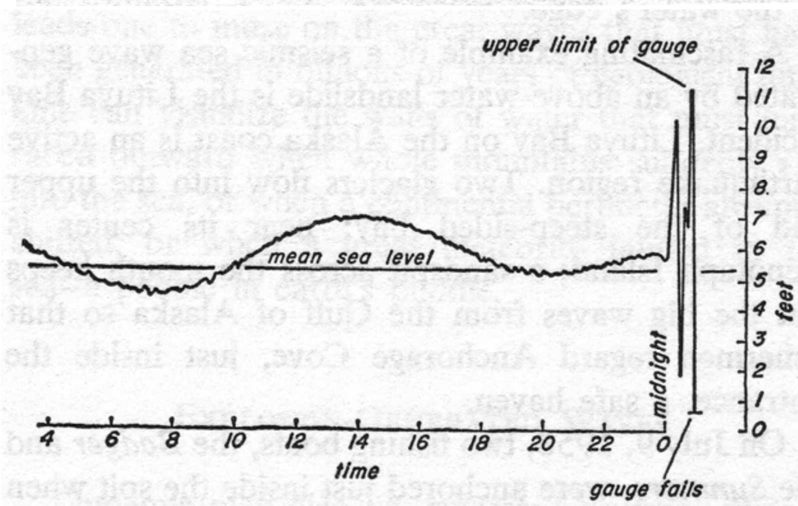
Bemerkung zu Tsunami – Wellen (Seismische Seebebenwellen):



Plötzliche Verwerfung



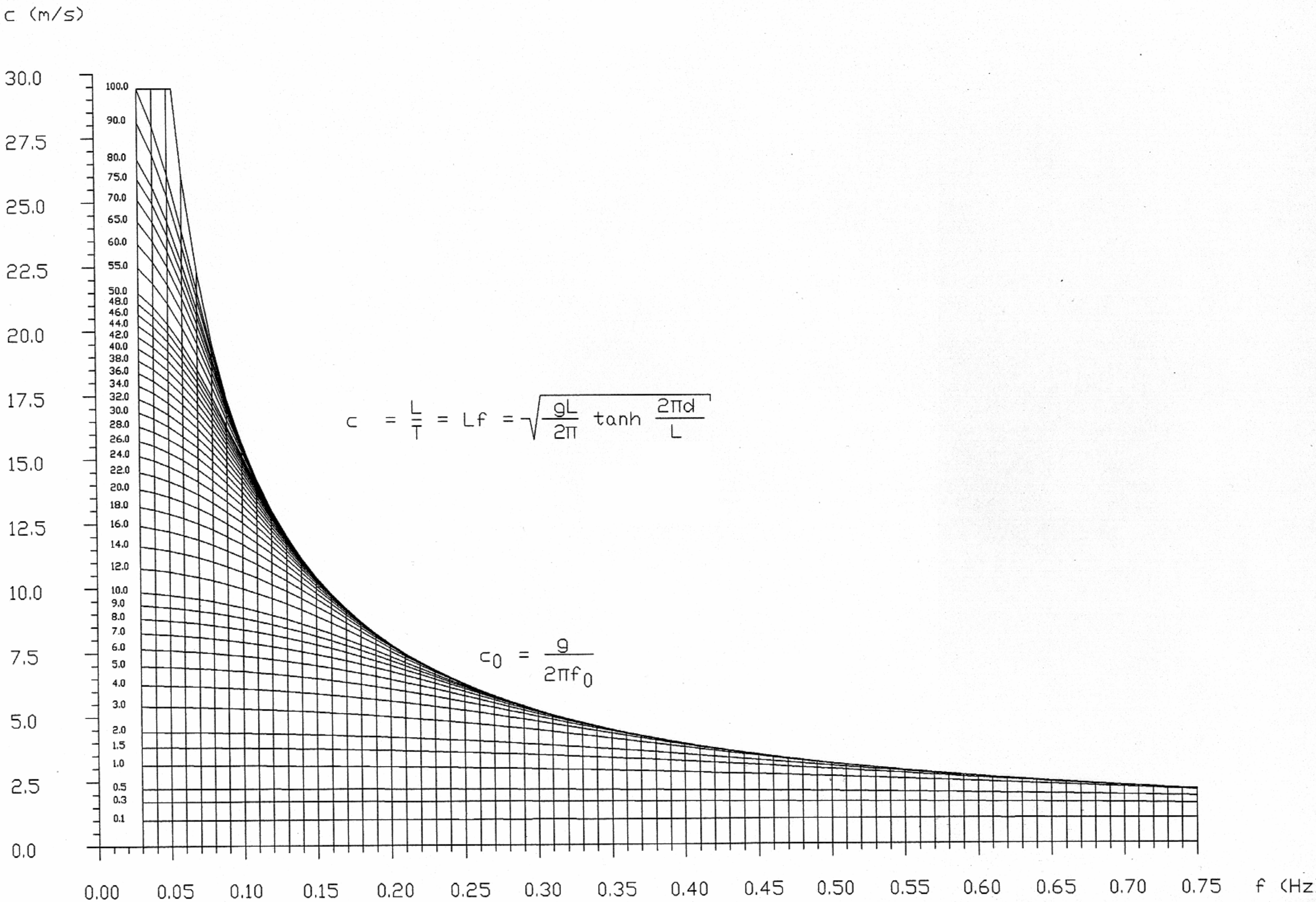
Hangrutschung

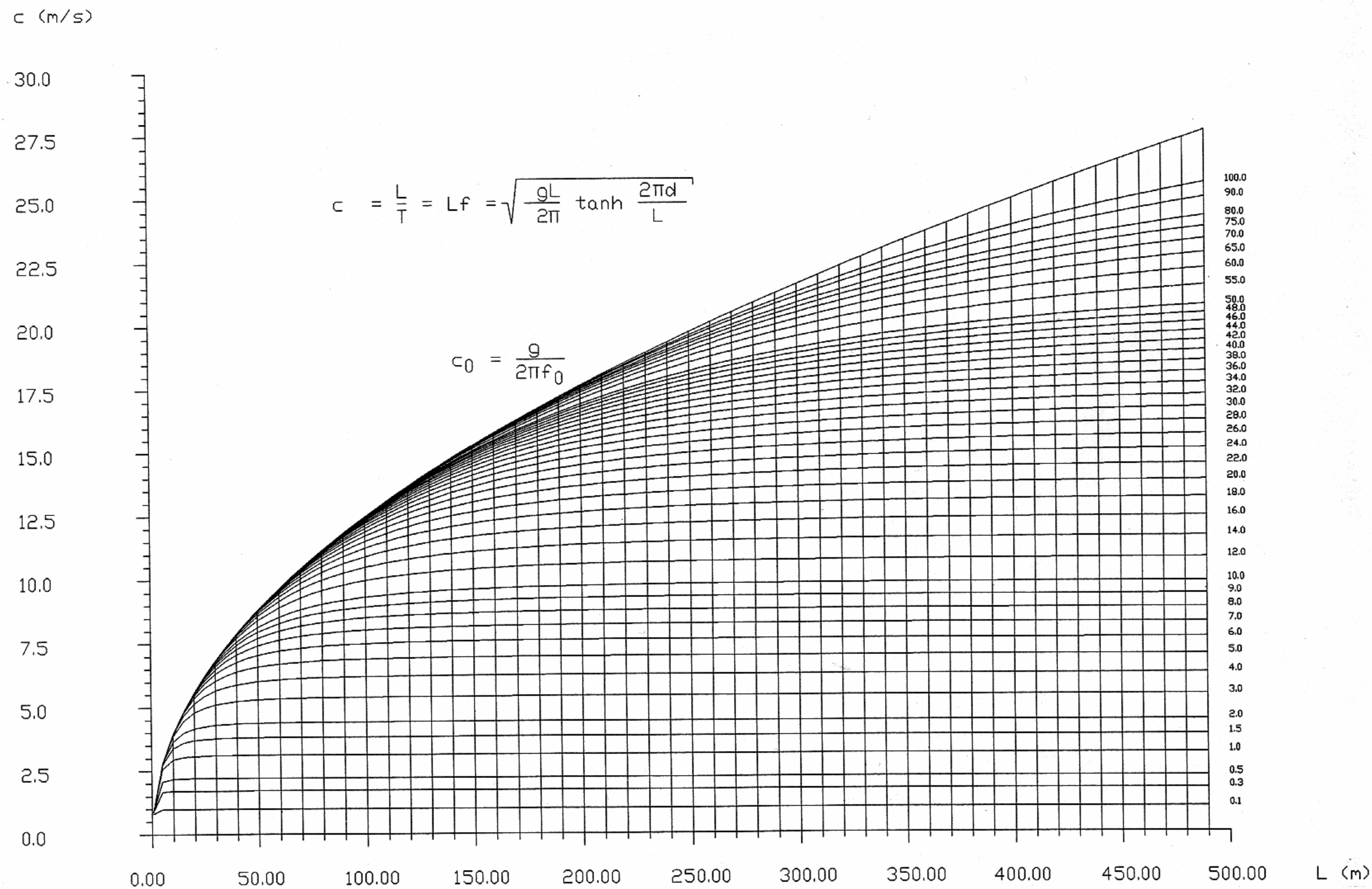


Tidepegel Hilo, Hawaii, 23.05.1960:
Zeiger am Anschlag

Tsunamis treten an der Küste als Wellengruppe in Erscheinung. Für ihre Kinematik sind die Umstände ihrer Entstehung (Auslösung) von besonderer Bedeutung:
Sowohl bei der Verwerfung als auch bei der Hangrutschung werden Auslenkungen des Seebodens *großflächig und direkt* auf das *gesamte* darüber befindliche inkompressible Wasservolumen übertragen. Das entstehende Geschwindigkeitsfeld entspricht daher eher etwa demjenigen von Flachwasserwellen.

Abbildungen: Bascom, W. (1964)


c (m/s)
30.0
27.5
25.0
22.5
20.0
17.5
15.0
12.5
10.0
7.5
5.0
2.5
0.0
100.0
90.0
80.0
75.0
70.0
65.0
60.0
55.0
50.0
48.0
46.0
44.0
42.0
40.0
38.0
36.0
34.0
32.0
30.0
28.0
26.0
24.0
22.0
20.0
18.0
16.0
14.0
12.0
10.0
9.0
8.0
7.0
6.0
5.0
4.0
3.0
2.0
1.5
1.0
0.5
0.3
0.1
$c = \frac{L}{T} = Lf = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi d}{L}}$
$c_0 = \frac{g}{2\pi f_0}$
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
0.45
0.50
0.55
0.60
0.65
0.70
0.75
f (Hz)


c (m/s)
30.0
27.5
25.0
22.5
20.0
17.5
15.0
12.5
10.0
7.5
5.0
2.5
0.0
$c = \frac{L}{T} = Lf = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi d}{L}}$
$c_0 = \frac{g}{2\pi f_0}$
100.0
90.0
80.0
75.0
70.0
65.0
60.0
55.0
50.0
48.0
46.0
44.0
42.0
40.0
38.0
36.0
34.0
32.0
30.0
28.0
26.0
24.0
22.0
20.0
18.0
16.0
14.0
12.0
10.0
9.0
8.0
7.0
6.0
5.0
4.0
3.0
2.0
1.5
1.0
0.5
0.3
0.1
0.00
50.00
100.00
150.00
200.00
250.00
300.00
350.00
400.00
450.00
500.00
L (m)

Beispiele:

a. Für eine Lokation mit der Wassertiefe d = 12 m sei eine mittlere Wellenperiode T = 9,09 s gegeben.

Die zugehörige Frequenz beträgt $f = 1/T = 0{,}11$ Hz,
Ablesung der Phasengeschwindigkeit in Diagramm 1 (03.14) ergibt $c = 9{,}8$ m/s;
Die Wellenlänge beträgt $L = c \cdot T = c/f = 89$ m.

b. Für eine Lokation mit der Wassertiefe d = 25 m sei eine mittlere Wellenlänge L = 200 m gegeben.

Berechnung oder Ablesung der Phasengeschwindigkeit im Diagramm 2 (03.15) ergibt $c = 14{,}31$ m/s;
Die Wellenfrequenz $f = c/L = 0{,}072$ Hz bzw.
Die Wellenperiode $T = 1/f = 13{,}98$ s.

2. 6. Dispersion

Bei Wellenvorgängen wird unter *Dispersion* insbesondere die Abhängigkeit der *Phasengeschwindigkeit* c_p *(in m/s)* (= Wellenfortschrittsgeschwindigkeit c) von der Wellenlänge L [in m] bzw. von der Frequenz f [in Hz] verstanden, vergl. oben.

Die *Gruppengeschwindigkeit* c_g ist die Geschwindigkeit, mit der sich eine Wellengruppe (d.h., das *Intensitätsmaximum* mehrerer sich überlagernder Wellen) fortbewegt, deren Wellenlängen sich nur wenig unterscheiden. Ist die Phasengeschwindigkeit für alle *Teilwellen* der Gruppe gleich, sind Gruppen- und Phasengeschwindigkeit identisch. Ist dies nicht der Fall, liegt *Dispersion* vor und es gilt nach Rayleigh:

$$\boxed{c_g = c_p - L \cdot \frac{dc_p}{dL}}$$

Man unterscheidet:

$\boxed{\text{Normale Dispersion: } dc/dL > 0 \text{ bzw. } dc/df < 0}$

und

$\boxed{\text{Anomale Dispersion: } dc/dL < 0 \text{ bzw. } dc/df > 0}$

2. 6.1 Dispersion nach Theorie 1. Ordnung AIRY-LAPLACE

$$\boxed{c = \frac{L}{T} = L \cdot f = \sqrt{\frac{g \cdot L}{2 \cdot \pi} \cdot \tanh\left(\frac{2 \cdot \pi}{L} \cdot d\right)}}$$

Die klassische Dispersionsrelation umfasst die unterschiedliche Ausprägung der Dispersion in Abhängigkeit von der Wassertiefe:

$$\frac{dc}{dL} \geq 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{dc}{df} \leq 0 \qquad \text{vergl.03.01}$$

Grenzwert (Maximum) im Tiefwasser:

$$\frac{dc}{dL} = \left(\frac{g}{8 \cdot \pi \cdot L}\right)^{1/2} > 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{dc}{df} = \frac{-g}{2 \cdot \pi \cdot f^2} < 0 \qquad \text{mit} \qquad L = \frac{g \cdot T^2}{2 \cdot \pi} = \frac{g}{2 \cdot \pi \cdot f^2}$$

Mit der Wassertiefe abnehmend im Übergangsgebiet:

$$\frac{dc}{dL} > 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{dc}{df} < 0 \qquad \text{mit} \qquad L = \frac{g \cdot T^2}{2 \cdot \pi} \cdot \tanh\frac{2 \cdot \pi}{L} \cdot d = \frac{g}{2 \cdot \pi \cdot f^2} \cdot \tanh\frac{2 \cdot \pi}{L} \cdot d$$

Null im Flachwasser:

$$\frac{dc}{dL} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{dc}{df} = 0 \qquad \text{mit} \qquad L = T \cdot \sqrt{g \cdot d} = \frac{1}{f} \cdot \sqrt{g \cdot d}$$

2. 6.2 Andere Formeln für die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit c im *Flachwasserbereich*

Im Flachwasserbereich sind bekannte Wellentheorien nur noch bedingt anwendbar und versagen vollständig im Brandungsgebiet. In der Natur gemessene Wellenfortschrittsgeschwindigkeiten sind i.a. *größer* als diejenigen nach der Theorie 1.Ordnung (AIRY). Seewärts des Brechpunktes werden sie ggf. eher durch Formeln beschrieben, in denen die Wellenhöhe als Term 2. Ordnung enthalten ist, während dies im Ausbrandungsgebiet weniger zutreffen dürfte. Eine Abhängigkeit von der Wellenlänge oder von der Frequenz wird durch keine der nachfolgenden Formeln erfasst.

Theorie d. Einzelwellen: $$c = \sqrt{g\left(d + H\right)}$$

Lagrange $$c = \left(g \cdot d \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot H}{2 \cdot d}\right)\right)^{1/2} \approx \sqrt{g \cdot d} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot H}{4 \cdot d}\right)$$

Sylt 1978 $$c = \left(1 + m\right) \cdot \sqrt{g \cdot d} \quad \text{mit} \quad 0{,}12 \leq m \leq 0{,}82$$

(Büsching 1978: Ist am Brechpunkt m = m_b, wird bei $x \geq L/3$ bereits $m \geq 2 \cdot m_b$)

2. 6.3 Wellentransformation infolge von Strömungen

In der Natur liegt im allgemeinen eine Wechselwirkung der Wellenkinematik mit einem *weiteren Strömungsfeld* vor, dessen Einfluss von keiner bekannten Wellentheorie erfasst wird.

Derartig überlagerte Strömungen bewirken nicht nur eine Verformung der Wellen sondern haben u.a. infolge des *Doppler Effektes* Einfluss auf die Frequenz und damit auch auf die Dispersion und Transformation der Wellen.

2.6.3.1 Doppler Effekt (infolge konstanter Strömungsgeschwindigkeit)

Unbeschleunigte Strömungen stellen den Sonderfall dar. Unterliegt das Trägermedium der Wellen etwa einer konstanten Strömung, mit einer dem Wellenfortschritt gleich- oder entgegengerichteten Komponente, so ist die Frequenz bzw. Periode gegenüber einem durch Strömung unbeeinflussten Medium verändert. Ist die Strömungskomponente u_M dem Wellenfortschritt gleichgerichtet, kommen an einem Messort pro Zeiteinheit *mehr* Wellen an.

Dies bedeutet, dass die Wellenlänge L_A, die bei fehlender Strömung vorhanden wäre, hier um das Verhältnis

$$\frac{c_A - u_M}{c_A}$$

verkürzt als L_B gemessen wird:

$$L_B = L_A \cdot \frac{c_A - u_M}{c_A} = L_A \cdot \left(1 - \frac{u_M}{c_A}\right) < L_A$$

Für die Frequenz f_B am Messort ergibt sich daher:

$$f_B = \frac{c_A}{L_B} = \frac{f_A}{\left(1 - {u_M}/{c_A}\right)} > f_A$$

Für eine *entgegengesetzt gerichtete* Strömungsgeschwindigkeit u_M, sind in den Klammern *positive Vorzeichen* zu verwenden.

Beispiel:

An einer Lokation der Wassertiefe d = 12 m wurden eine Strömungsgeschwindigkeit u_M = - 0,3m/s (entgegen dem Wellenfortschritt) und eine Wellenfrequenz f_B = 0,12 Hz gemessen. Welche Beträge hätten die Frequenz f_A und die Wellenlänge L_A, wenn an derselben Lokation *keine Strömung* vorhanden wäre und die Dispersionsrelation nach AIRY als gültig vorausgesetzt wird ?

Mit der Dispersionsrelation steht eine zweite Beziehung zwischen f_A und c_A zur Verfügung. Mit c_A = 9,51 m/s ergibt sich
f_A = 0,1238Hz > f_B = 0,12 Hz; $L_A = c_A/f_A$ = 76,83m; L_B = 79,25m.

2.6.3.2 Wellentransformation infolge beschleunigter Strömungen.

Beschleunigte Strömungen nahe der Wasseroberfläche (Triftströmungen) können auf meteorologische Einflüsse zurückgeführt werden. Durch die Tidebewegung verursachte beschleunigte Strömungen erstrecken sich in Flachmeeren oft über die gesamte Wassertiefe. Ähnliches gilt in Küstennähe für großräumige Rückströmungen (undertow), sog. Rippströmungen und für brandungserzeugte Rückströmungen (backwash).

Die letzteren stellen eine wichtige Komponente des Brandungsprozesses dar, da ihr Einfluss auf die Phasengeschwindgkeit insbesondere als Ursache für eine deutliche Frequenz- bzw. Periodenänderung ausbrandender Wellen entlang eines Wellenstrahls angesehen werden kann. Werden unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten c entlang eines Wellenstrahls auf eine *(konvektiv) beschleunigte* Bewegung des Trägermediums der Wellen zurückgeführt und *zugleich Frequenzveränderungen* entlang dem

Wellenstrahl in Betracht gezogen, kann daraus gefolgert werden, dass an zwei Orten A und B unterschiedliche Wellenanzahlen pro Zeiteinheit vorhanden sind.

Nimmt infolge einer dem Wellenfortschritt entgegengerichteten Strömung die Phasengeschwindigkeit zwischen den Orten A und B von c_A auf c_B ab, so folgt daraus, dass am Ort B in der Zeiteinheit weniger Wellen ankommen, als wenn $c_B = c_A$ = konst.
Ist die Differenz der Phasengeschwindigkeiten

$$\delta c = c_A - c_B \quad \text{bzw. ist} \quad c_B = c_A - \delta c$$

vergrößert sich die Wellenlänge $L_A = c_A/f_A$ auf dem Wege von A nach B um das Verhältnis

$$\frac{c_A + \delta c}{c_A} \quad \text{auf} \quad L_B = L_A \cdot \frac{c_A + \delta c}{c_A} = \frac{L_A}{c_A} \cdot \left(c_A + \delta c\right) = \frac{1}{f_A} \cdot \left(c_A + \delta c\right)$$

Damit ergibt sich die Frequenz am Ort B zu:

$$\boxed{f_B = \frac{c_B}{L_B} = f_A \cdot \frac{c_A - \delta c}{c_A + \delta c} = f_A \cdot \frac{c_B}{2 \cdot c_A - c_B} < f_A} \quad \text{(Büsching, 1980)}$$

Die Differenz der Frequenzen wird als *Frequenzverschiebung* definiert:

$$\delta f = f_B - f_A = f_A \cdot \frac{2(c_B - c_A)}{2 \cdot c_A - c_B}$$

Demnach kann δf positiv oder negativ sein, je nachdem ob

$$2 \cdot c_A > c_B > c_A \quad \text{oder} \quad 2 \cdot c_A < c_B < c_A$$

<u>Anwendung auf Tideströmungen im Übergangsbereich:</u>

Wird für den Übergangsbereich die Gültigkeit der klassischen Dispersionrelation vorausgesetzt, so kann die Frequenzverschiebung auf die Phasengeschwindigkeit der Tiefwasserwellen bezogen werden.

$$c_A = c_0 = \frac{g}{2 \cdot \pi \cdot f_0}$$

Mit dem Parameter f_0 ergibt sich die Kurvenschar

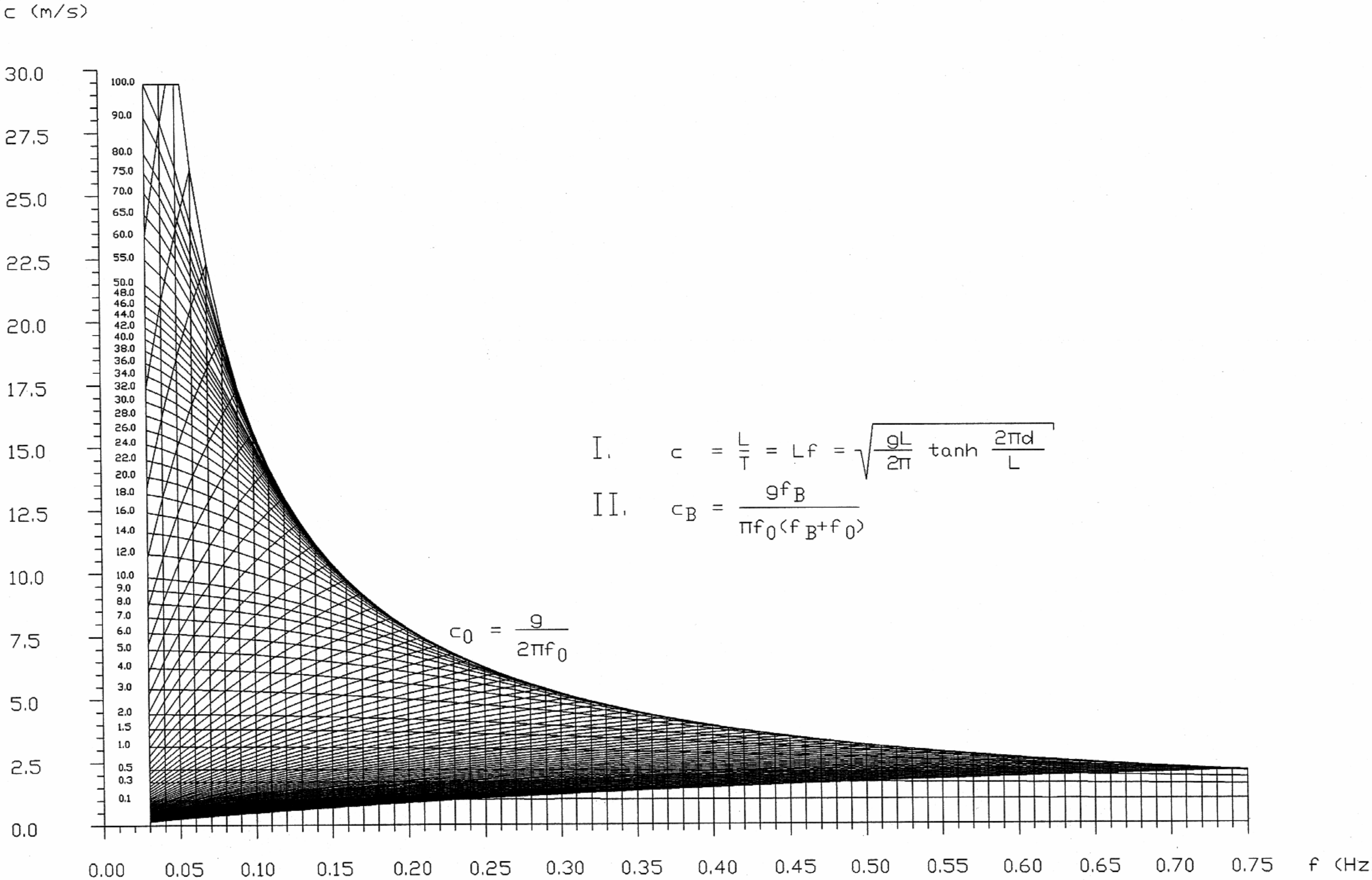
$$c_B = \frac{g \cdot f_B}{\pi \cdot f_0 \cdot (f_B + f_0)}$$

Diese ist als Kurvenschar II zusammen mit der klassischen Dispersionsrelation (Kurvenschar I) der Abbildung 03.27 zu entnehmen. Überlagerte Strömungskomponenten und deren Auswirkung auf die Wellenfrequenz können durch die Verwendung beider Kurvenscharen wie folgt *abgeschätzt* werden:

Weicht das an einer Lokation *gemessene* Wertepaar c_B, f_B, von der für die Wassertiefe d der Lokation gültigen Parameterkurve der Kurvenschar I ab, so kann ein durch Strömung unbeeinflusstes Wertepaar c_A, f_A dadurch gefunden werden, dass ausgehend vom Punkt c_B, f_B der Richtung der Kurvenschar II bis zu der für die Wassertiefe d gehörigen Parameterkurve der Schar I gefolgt wird.

Falls $c_A > c_B$, liegt eine dem Wellenfortschritt entgegengerichtete (negative) konvektive Beschleunigungskomponente des Trägermediums der Wellen vor, d.h., eine durch Strömung bedingte Verringerung der Phasengeschwindigkeit.

Im umgekehrten Falle $c_A < c_B$ ist die überlagerte Strömungskomponente dem Wellenfortschritt gleichgerichtet.


c (m/s)
30.0
27.5
25.0
22.5
20.0
17.5
15.0
12.5
10.0
7.5
5.0
2.5
0.0
100.0
90.0
80.0
75.0
70.0
65.0
60.0
55.0
50.0
48.0
46.0
44.0
42.0
40.0
38.0
36.0
34.0
32.0
30.0
28.0
26.0
24.0
22.0
20.0
18.0
16.0
14.0
12.0
10.0
9.0
8.0
7.0
6.0
5.0
4.0
3.0
2.0
1.5
1.0
0.5
0.3
0.1
I. $c = \frac{L}{T} = Lf = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi d}{L}}$
II. $c_B = \frac{g f_B}{\pi f_0 (f_B + f_0)}$
$c_0 = \frac{g}{2\pi f_0}$
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
0.45
0.50
0.55
0.60
0.65
0.70
0.75
f (Hz)

Beispiel:

An einer Lokation mit der Wassertiefe d = 12 m wurden die Feldmessdaten c_B = 9 m/s und T_B = 8,33 s (entsprechend f_B = 0,12 Hz) gemessen.
Die für die vermutete Frequenzverschiebung maßgebende Parameterkurve der Kurvenschar II ist gekennzeichnet durch den Parameter f_0 = 0,153 Hz, der am Schnittpunkt mit der Grenzkurve für Tiefwasser gefunden wird.

Ablesungen an der Parameterkurve für d = 12 m :

a. c_A = 9,3 m/s > c_B bedeutet konvektive Geschwindigkeitsänderung um δc = -0,3 m/s infolge einer entgegengesetzt gerichteten Strömungskomponente;

b. f_A = 0,128 Hz > f_B ist gleichbedeutend mit einer von Strömung unbeeinflussten Wellenperiode $T_A = 1/f_A$ = 7,81 s < T_B.

Anwendung auf Rückströmungen im Brandungsgebiet

Die Wellentransformation im Ausbrandungsgebiet ist durch eine anomale Dispersion gekennzeichnet.

Die Transformation der Wellen kann ausgehend von der Brecherzone (Wellenbrechpunkt) näherungsweise etwa in Abhängigkeit von der Wassertiefe abgeschätzt werden, wenn für den Wellenfortschritt im Ausbrandungsbereich als gültig vorausge setzt wird:

$$c = (1 + m) \cdot \sqrt{g \cdot d}$$

Beispiel:

In der Brecherzone sind als Mittelwerte bekannt

die Wassertiefe d_A = 1,50 m,

die Brecherfrequenz f_A = 0,14 Hz sowie

die Wellenschnelligkeit c_A = 4,3 m/s und damit auch

die Wellenlänge $L_A = c_A/f_A$ = 30,71m.

Gesucht sind die Wellenparameter f_B und L_B im Ausbrandungs-bereich für einen Ort mit der Wassertiefe d_B = 1,10m.

Am Brechpunkt ist $m_b = c_A \cdot (g \cdot d_A)^{1/2} - 1 = 0{,}12$

Wird für den Ausbrandungsbereich

$m = 0{,}25 \approx 2 \cdot m_b$ gewählt, ist

$c_B = (1 + m) \cdot \sqrt{g \cdot d_B} = 4{,}11$ m/s.

$$f_B = 0{,}14 \cdot \frac{4{,}11}{8{,}6 - 4{,}11} = 0{,}128\,\text{Hz}$$

und $L_B = c_B/f_B$ = 32,11m