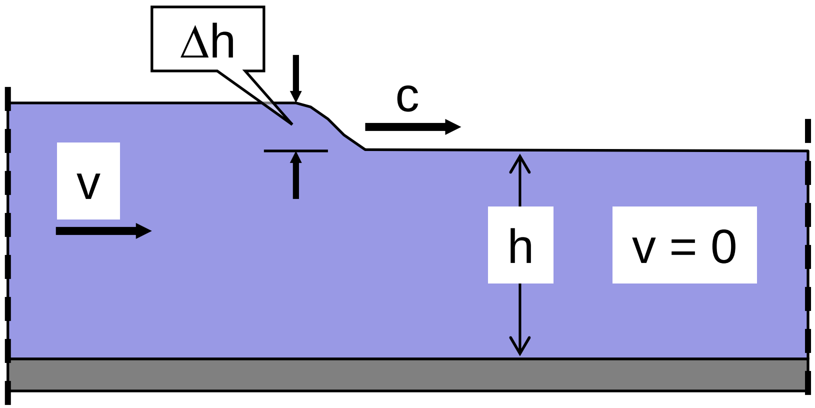
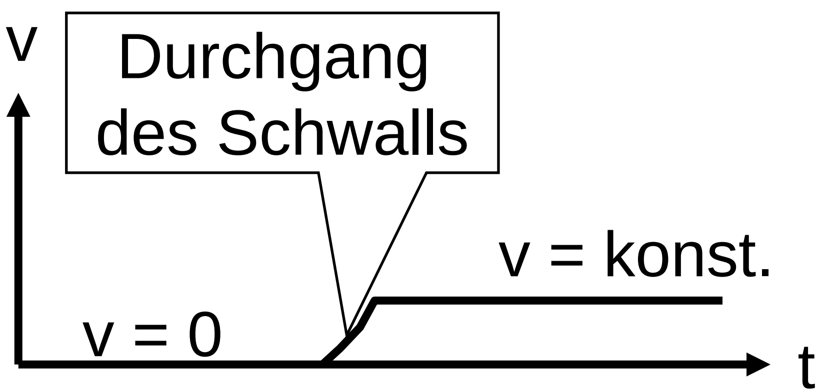
Schwall und Sunk
Wellenfortschrittsgeschwindigkeit

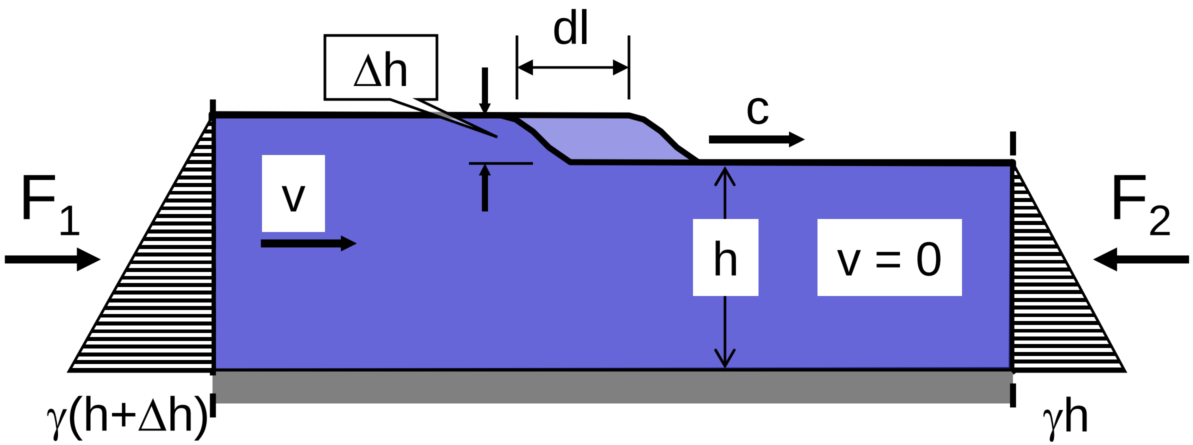
Gewissermaßen im Gegensatz zum *stationären* Wechselsprung kann die *instationäre* Wellenbewegung gesehen werden.





Ein *Schwall (= positive Wasser-spiegelauslenkung)*, der durch Entleerung einer Schleusen-kammer verursacht wurde, habe die Höhe Δh und *bewege* sich mit Geschwindigkeit c in einen Kanal mit stehendem Wasser (v = 0).

An einem Ort, an dem zunächst die Geschwindigkeit gleich Null ist, steigt dann die Geschwin-digkeit über der Zeit von 0 auf einen Betrag v = konst.



An einem entsprechenden Kontrollvolumen (mit der Breite b senkrecht zur Tafelebene) wirken die Stützkräfte wie folgt:

<u>Von links:</u>

Druckkraft $$F_1 = \gamma \cdot b \cdot \frac{(h + \Delta h)^2}{2}$$

Impulskraft $$F_{J1} = \rho \cdot Q \cdot v$$

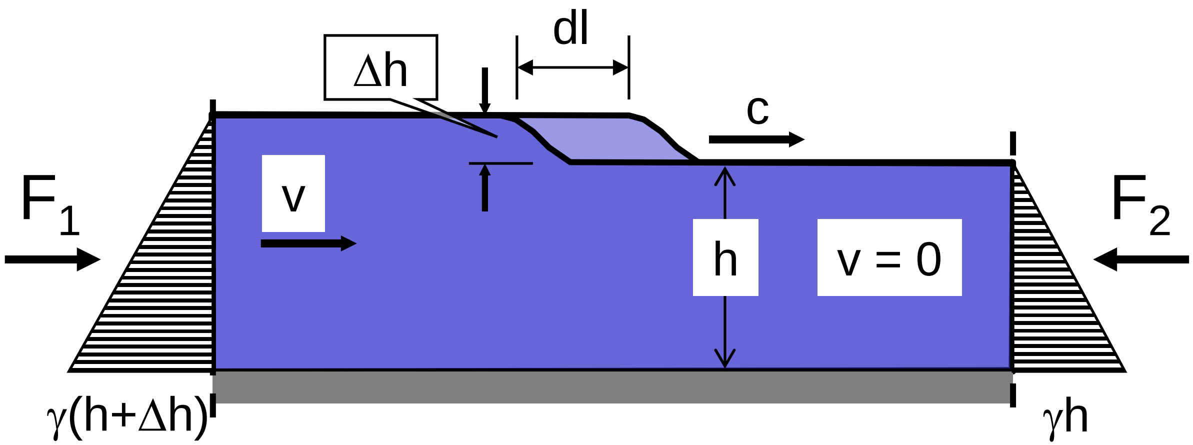
Eintretender Impuls *in* Fließrichtung.

<u>Von rechts:</u>

Druckkraft $$F_2 = \gamma \cdot b \cdot \frac{h^2}{2}$$

Impulskraft $$F_{J2} = \rho \cdot Q \cdot c$$

Aus dem Kontrollvolumen tritt der Durchfluss Q mit der Geschwindigkeit c aus. Austretender Impuls *entgegen* der Fließrichtung.



Der Schwall legt in der Zeit dt die Strecke dl zurück.
Das ausgetretene Volumen beträgt:

$$dV = \Delta h \cdot b \cdot dl$$

Damit ist der Durchfluss $\quad Q = \frac{dV}{dt} = \Delta h \cdot b \cdot \frac{dl}{dt}$

Mit $\quad c = \frac{dl}{dt} \quad$ wird $\quad Q = \Delta h \cdot b \cdot c$

Um den Schwall zu erhalten, ist auf der linken Seite hinter der Schwallstirn die über den gesamten Querschnitt verteilte Geschwindigkeit v erforderlich. Es ist nach der Kontinuitätsgleichung

$$Q = \Delta h \cdot b \cdot c = \left(h + \Delta h\right) \cdot b \cdot v \quad \rightarrow v = \frac{\Delta h}{h + \Delta h} \cdot c$$

Stützkraftsatz:

$$\gamma \cdot b \cdot \frac{(h+\Delta h)^2}{2} + \rho \cdot Q \cdot v = \gamma \cdot b \cdot \frac{h^2}{2} + \rho \cdot Q \cdot c$$

$$\gamma \cdot b \cdot \frac{(h+\Delta h)^2}{2} - \gamma \cdot b \cdot \frac{h^2}{2} = \rho \cdot Q \cdot c - \rho \cdot Q \cdot v$$

$$\gamma \cdot b \cdot \frac{(2 \cdot h \cdot \Delta h + \Delta h^2)}{2} = \rho \cdot \overbrace{\Delta h \cdot b \cdot c} \cdot c - \rho \cdot \Delta h \cdot b \cdot c \cdot \overbrace{\frac{\Delta h}{h+\Delta h} \cdot c}^{v}$$

$$\frac{\gamma}{2} \cdot \left(2 \cdot h \cdot \Delta h + \Delta h^2\right) = \rho \cdot \Delta h \cdot (c^2 - c^2 \cdot \frac{\Delta h}{h+\Delta h}) = \rho \cdot \Delta h \cdot c^2 \cdot (1 - \frac{\Delta h}{h+\Delta h})$$

Unter Verwendung von $\gamma = \rho \cdot g$ ergibt sich für c:

$$c = \sqrt{g \cdot h \cdot \left(1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{\Delta h}{h} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2\right)}$$

Im Verhältnis zur Wassertiefe ist die Wasserspiegelauslenkung oft klein, d.h., $\frac{\Delta h}{h} << 1$

Dann können die Ausdrücke in der Klammer vernachlässigt werden und es verbleibt:

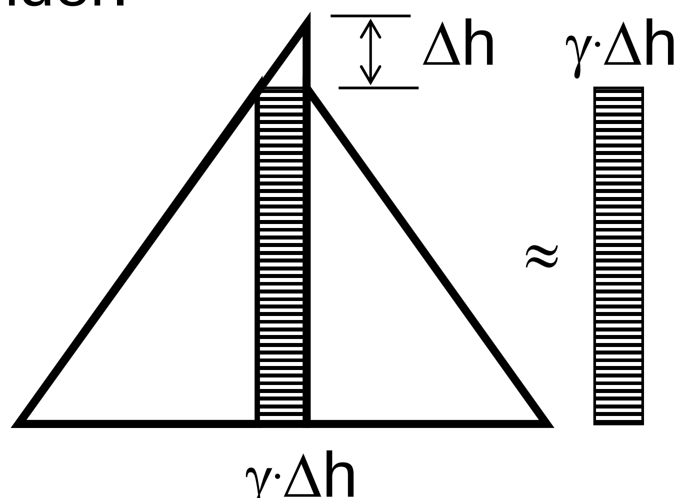
$$\boxed{c = \sqrt{gh}}$$

$$c = \sqrt{gh}$$

Dies ist die LAGRANGEsche Gleichung für die Flachwasserwellenfortschrittsgeschwindigkeit. Sie gilt für SCHWALL (Δh positiv) und SUNK (Δh negativ) und alle *langwelligen Störungen* des Wasserspiegels (auch für TSUNAMI-Wellen).

Bei plötzlicher *Erhöhung* (Verminderung) des Abflusses durch *Anheben* (Absenken) eines Schützes tritt *OW-seitig ein Sunk* (Schwall) und *UW-seitig ein Schwall* (Sunk) auf. Beide Auslenkungen entfernen sich jeweils mit c voneinander.

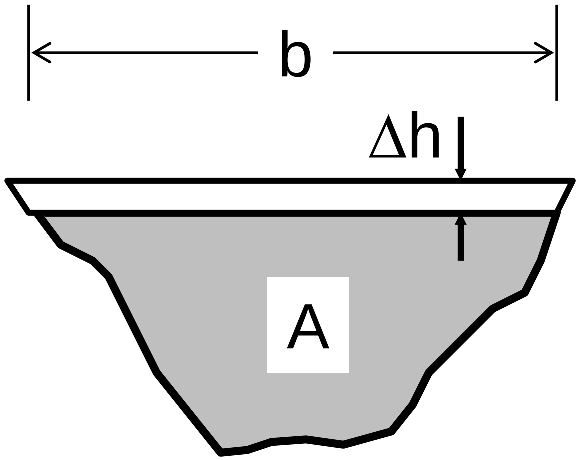
Die LAGRANGEsche Gleichung ergibt sich auch, wenn in der Ableitung *v vernachlässigt* *und* die Summe der Druckkräfte F_1 - F_2 wie in der nebenstehenden Skizze genähert wird.



$$F_1 - F_2 = \gamma \cdot \Delta h \cdot h \cdot b$$

Zur Verdeutlichung werden nachfolgend die Näherungen auf einen unregelmäßigen Durchströmquerschnitt angewandt, d.h.,

- die konstante Druckspannung $\gamma \cdot \Delta h$ wird auf den unausgelenkten Querschnitt A bezogen und
- die Impulskraft F_{J1}, die v enthält, wird vernachlässigt.



$$\boxed{\gamma \cdot \Delta h \cdot A = \rho \cdot Q \cdot c}$$

Mit $\gamma = \rho \cdot g$ wird

$$Q = b \cdot \Delta h \cdot c$$

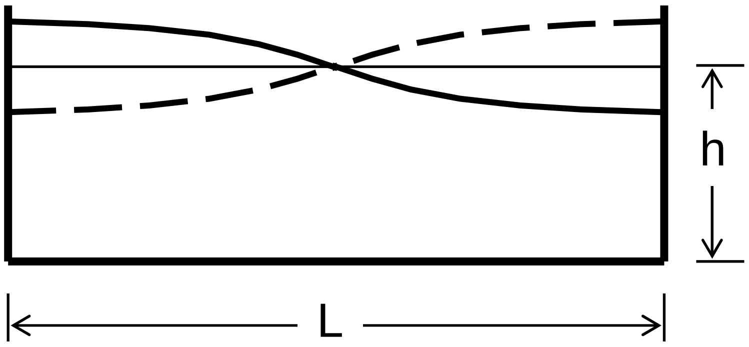
$$\gamma \cdot \Delta h \cdot A = \rho \cdot b \cdot \Delta h \cdot c^2$$

$$g \cdot A = b \cdot c^2$$

$$\boxed{c = \sqrt{g \cdot \frac{A}{b}}}$$

Hier ist A/b die mittlere Wassertiefe.

Beckenschwingungen:



Erste Eigenform einer Beckenschwingung

Für ein Becken mit bekannten Abmessungen kann unter Verwendung der Schwallgeschwindigkeit c die *erste Eigenperiode* bzw. die erste *Eigenfrequenz (Grundfrequenz)* bestimmt werden. Während einer Periode durcheilt der Schwall die Länge L *zweimal* (hin und zurück): $c = 2 \cdot L / T$

Die erste Eigenperiode ist beispielsweise:

$$\boxed{T = \frac{1}{f} = \frac{2 \cdot L}{c} = \frac{2 \cdot L}{\sqrt{g \cdot h}}} \qquad \boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\sqrt{g \cdot h}}{2 \cdot L}}$$

Beckenschwingungen *verschiedener* Eigenfrequenzen haben bei Hafenbecken besondere Bedeutung.

Häufige Ursache eines Schwalles ist der *instationäre* Entleerungsvorgang einer Schleusenkammer. *Näherungsweise* kann die Schwallhöhe Δh für einen repräsentativen Ausfluss Q wie folgt ermittelt werden. (Q = f(t); vergl. Verkehrswasserbau)

$$Q = A \cdot v = \Delta h \cdot b \cdot c \quad \rightarrow \Delta h = v \cdot \frac{A}{b \cdot c}$$

$$c = \sqrt{g \cdot \frac{A}{b}}$$ (für einen beliebigen Durchströmquerschnitt, s.o.)

$$\Delta h = v \cdot \frac{A}{b \cdot c} = v \cdot \frac{A}{b \cdot \sqrt{g \cdot \frac{A}{b}}}$$

$$\boxed{\Delta h = v \cdot \sqrt{\frac{A}{b \cdot g}}}$$

Mit $v = \frac{Q}{A}$ wird $\boxed{\Delta h = \frac{Q}{\sqrt{A \cdot b \cdot g}}}$

Diese Formeln gelten auch für die negative Sunktiefe, wenn Q bzw. v negativ eingesetzt wird.