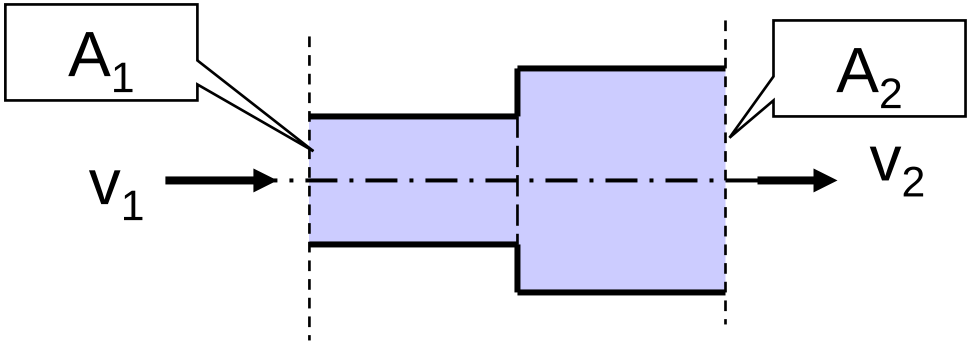
Energiehöhenverluste:

Energiehöhenverluste bei turbulenter Strömung sind insbesondere vom Quadrat der mittleren Strömungsgeschwindigkeit v abhängig. Dies kann (nach BORDA-CARNOT) insbesondere für eine plötzliche (scharfkantige) Veränderung des Rohrquerschnitts (Rohrerweiterung bzw. Rohrverengung) durch Verwendung des Energiesatzes *und des Impulssatzes* ($\rho \cdot Q \cdot v + p \cdot A = konst.$) gezeigt werden, vergl. Hydromechanik II.



$$h_v = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \zeta \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

In diesem Sinne kann der kontinuierliche *Rohrreibungsverlust* , vergl. oben, tatsächlich auch als eine Folge von Rohrerweiterungen und Rohrverengungen angesehen werden.

Örtliche Energiehöhenverluste:

Örtliche Energiehöhenverluste haben stets die gleiche Struktur:

$$\boxed{h_{vö} = \zeta \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}}$$

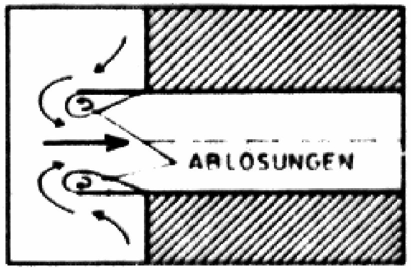
Sie treten überall auf, wo Strömungsablösungen geschehen, d.h., turbulente Verwirbelungen Strömungsenergie verbrauchen.

Dies ist der Fall bei den bereits erwähnten Querschnittsänderungen. Desweiteren bei Strömungsumlenkungen, Strömungsverzweigungen und in Armaturen.

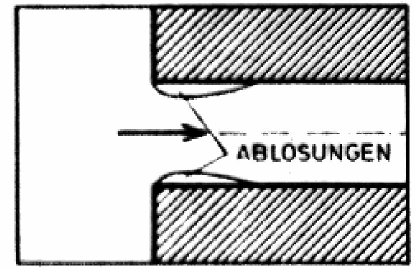
Gewöhnlich bezieht sich der experimentell ermittelte ζ - Wert auf die mittlere Strömungsgeschwindigkeit v in Fließrichtung unterhalb der Störstelle.

ζ - Werte werden für Armaturen von deren Herstellern angegeben und können für die unterschiedlichsten Konfigurationen Tabellenbüchern entnommen werden.

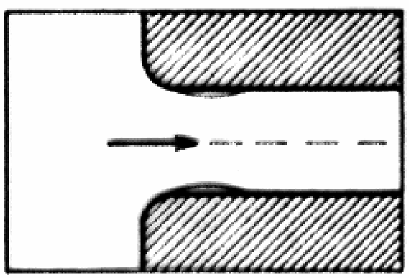
a) *Einlauf aus einem Becken in ein Rohr*



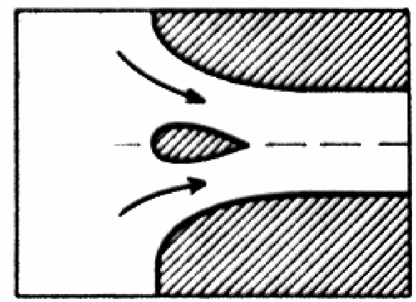
Dünnwandiges Rohr, aus einer senkrechten Wand herausragend: ζ = 0,60 bis 1,30



Nicht erweiterter Einlauf mit rechtwinkligen Kanten: $\zeta \sim$ 0,50



Nicht erweiterter Einlauf mit geringer Kantenausrundung: $\zeta \sim$ 0,25

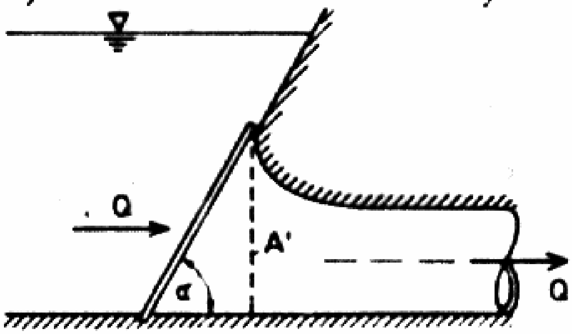


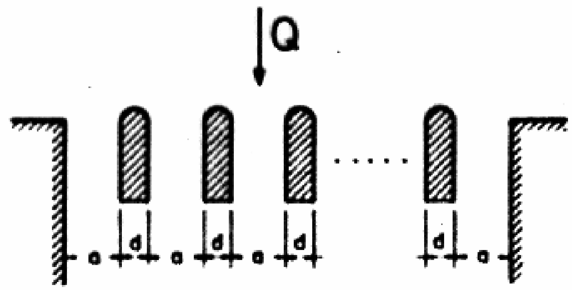
Gut ausgebildete Einlauftrompete mit stark ausgerundeten Kanten, ggf. mit günstig geformtem Zwischenpfeiler: ζ = 0,06 bis 0,10

Quelle: Schneider Bautabellen, 8. Auflage

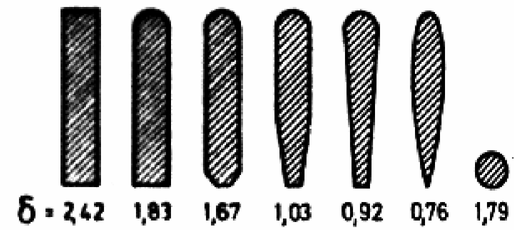
Stumpf in ein Becken ragende Rohre als Einläufe vermeiden !

b) *Rechen vor einem Einlauf*





Rechenstab-Formbeiwerte:



$$\boxed{\zeta = \delta \cdot \left(\frac{d}{a}\right)^{4/3} \cdot \sin\alpha}$$

d Stabdicke
a lichte Stabweite
α Rechenneigung
A' Projektionsfläche des Rechens senkrecht zur Strömungsrichtung

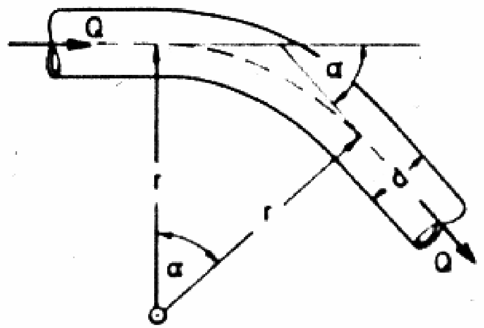
Als Fließgeschwindigkeit ist in diesem Fall einzusetzen: $v = Q/A'$

Wegen einer möglichen teilweisen Verlegung des Rechens berücksichtigt man üblicherweise eine zusätzliche örtliche Verlusthöhe von 0,10 m für selten und 0,05 m für häufig gereinigte Rechen.

Quelle: Schneider Bautabellen, 8. Auflage

Zu beachten: Rechen werden ggf. stark überbelastet, wenn die Rechenreinigungsanlage versagt und/oder wenn die betreffende wasserbauliche Anlage dauernd im Überlastbetrieb gefahren wird.

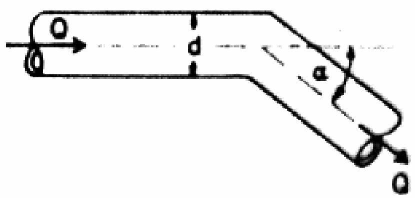
c) *Richtungsänderung* [1])



r Krümmungsradius der Rohrachse

Durchschnittliche Verlustbeiwerte ζ für Kreisrohr-Krümmer:

r/d	Umlenkwinkel α					
	15°	22,5°	30°	45°	60°	90°
2	0,030	0,045	0,060	0,090	0,120	0,140
3	0,030	0,045	0,055	0,080	0,100	0,130
5	0,030	0,045	0,050	0,070	0,080	0,110
10	0,030	0,045	0,050	0,070	0,070	0,110



Durchschnittliche Verlustbeiwerte für Kreisrohr-Kniestücke:

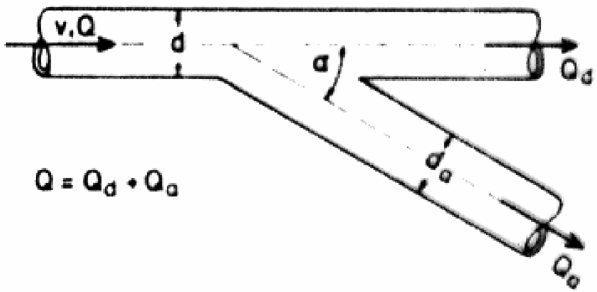
Wandung	Umlenkwinkel α						
	10°	15°	22,5°	30°	45°	60°	90°
glatt	0,034	0,042	0,066	0,130	0,236	0,471	1,129
rauh	0,044	0,062	0,154	0,165	0,320	0,684	1,265

Quelle: Schneider Bautabellen, 8. Auflage

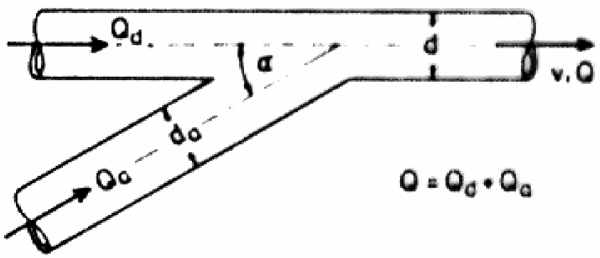
In Krümmern bildet sich u. a. eine doppelte Spiralströmung aus, die mehr als 50% des Gesamtverlustes verursachen kann. Günstige Verhältnisse werden etwa bei r/D = 7 - 8 erreicht.

d) *Verzweigung*

Stromtrennung:



Stromvereinigung:



Stromtrennung für Kreisrohre bei einer Kantenausrundung von 0,1 d_a unter hydraulisch günstigsten Verhältnissen:

α	90°	60°	45°	$\zeta_d = 0$
	$Q_a/Q = 0{,}3$			
d_a/d	1	0,61	0,58	
ζ_a	0,76	0,59	0,35	
	$Q_a/Q = 0{,}5$			
d_a/d	1	0,79	0,75	
ζ_a	0,74	0,54	0,32	
	$Q_a/Q = 0{,}7$			
d_a/d	1	1	1	
ζ_a	0,88	0,52	0,30	

Quelle: Schneider Bautabellen, 8. Auflage

Stromtrennungen werden z.B. bei Aufteilung eines Abflusses Q auf mehrere gleichartige Turbinen erforderlich. Ähnliches gilt für Stromvereinigungen bei Pumpenleitungen.

Verlust im durchgehenden Rohr: $h_{vd} = \zeta_d \cdot \frac{v^2}{2g}$

Verlust im abzweigenden Rohr: $h_{va} = \zeta_a \cdot \frac{v^2}{2g}$

Für v ist einzusetzen die Fließgeschwindigkeit vor der Trennung bzw. hinter der Vereinigung

Verlustbeiwerte für scharfkantige Kreisrohr-Verzweigungen mit Durchmessern $d = d_a$:

$\frac{Q_a}{Q}$	Stromtrennung				Stromvereinigung			
	Verzweigungswinkel α				Verzweigungswinkel α			
	90°		45°		90°		45°	
	ζ_a	ζ_d	ζ_a	ζ_d	ζ_a	ζ_d	ζ_a	ζ_d
0	0,95	0,04	0,90	0,04	−1,20	0,04	−0,92	0,04
0,2	0,88	−0,08	0,68	−0,06	−0,40	0,17	−0,38	0,17
0,4	0,89	−0,05	0,50	−0,04	0,08	0,30	0	0,19
0,6	0,95	0,07	0,38	0,07	0,47	0,41	0,22	0,09
0,8	1,10	0,21	0,35	0,20	0,72	0,51	0,37	−0,17
1	1,28	0,35	0,48	0,33	0,91	0,60	0,37	−0,54

Quelle: Schneider Bautabellen, 8. Auflage

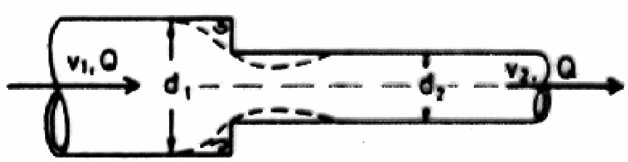
e) *Querschnittsänderung*

$$\boxed{\zeta = c \cdot \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)^2}$$

Plötzliche Erweiterung:

$c = 1{,}0$ bis $1{,}2$

Plötzliche Verengung:

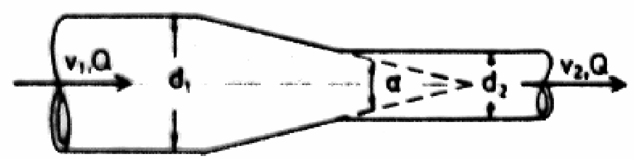


$c = 0{,}4$ bis $0{,}5$

Konische Erweiterung:

Optimum: $\alpha = 8°$; $c = 0{,}15$ bis $0{,}20$.
Für $\alpha \geqslant 30°$: $c = 1{,}0$ bis $1{,}2$
(wie bei plötzlicher Erweiterung).

Konische Verengung:

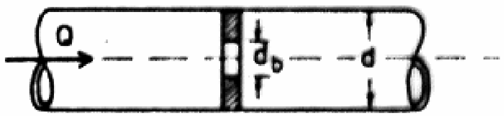


Für $\alpha \leqslant 30°$ Verluste vernachlässigbar klein

Für v ist jeweils einzusetzen die Fließgeschwindigkeit v_2 unterhalb der Querschnittsänderung.

Quelle: Schneider Bautabellen, 8. Auflage

Blende:



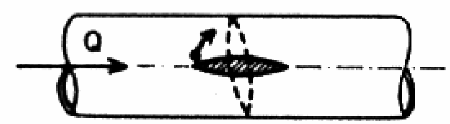
d_b Durchmesser Blendenöffnung
A_b Querschnitt Blendenöffnung
A Rohrquerschnitt

$\frac{A_b}{A}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ζ	225,9	47,77	17,15	7,801	3,755	1,796	0,797	0,290	0,060	0

f) *Verschlußorgane*

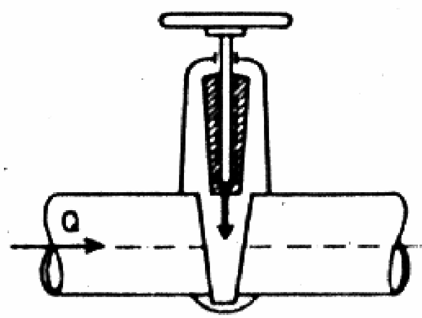
Verschlüsse von Großrohrleitungen (voll geöffnet):

Drosselklappe:



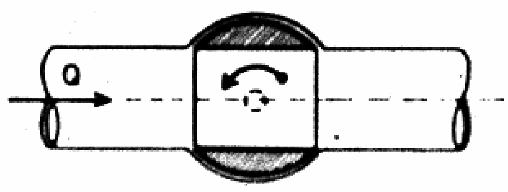
ζ = 0,20 bis 0,40

Flachschieber:



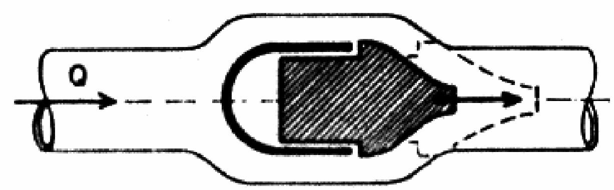
ζ = 0,10 bis 0,30

Kugelschieber:



$\zeta \approx 0$

Ringschieber:



ζ = 1,20 bis 10,00

Quelle: Schneider Bautabellen, 8. Auflage

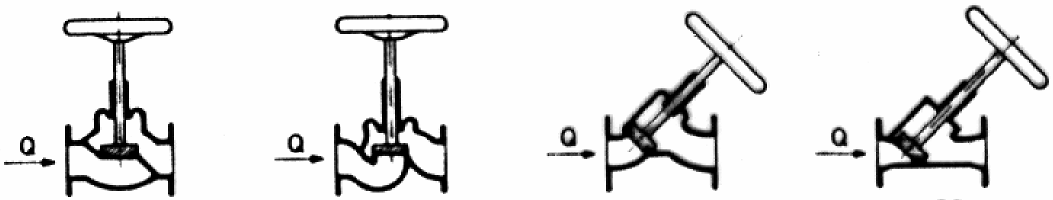
Teilweise geöffnet: Beispiel Ringschieber DN 1000:

Öffnungsgrad %	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	5
ζ	3,5	4,3	5,4	7,1	10,1	15,7	29,3	67,5	220	1200	5800

Verschlüsse (Ventile) von Wasserversorgungsleitungen:

Je nach Bauart und Nennweite (DN) $\zeta = 0{,}5$ bis $4{,}0$.

Beispiele für verschiedene Bauformen DN 150 (ζ-Angaben für Zustand „voll geöffnet"):

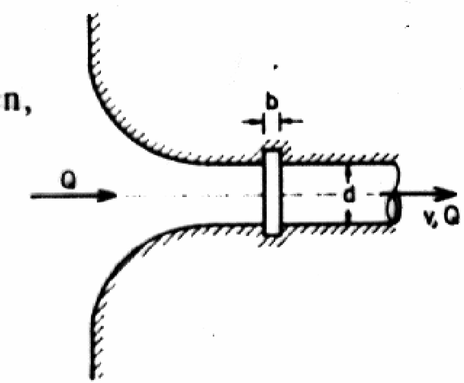


$\zeta = 3{,}9$ $\zeta = 2{,}7$ $\zeta = 2{,}5$ $\zeta = 0{,}6$

g) *Einbauten und Nischen*

Durch Einbauten in Rohren wird oben der Querschnitt verengt und unten erweitert. Die Berechnung kann nach e) erfolgen.

Für Nischen, z. B. Führungsnute von Notverschlüssen an Einläufen, gilt:



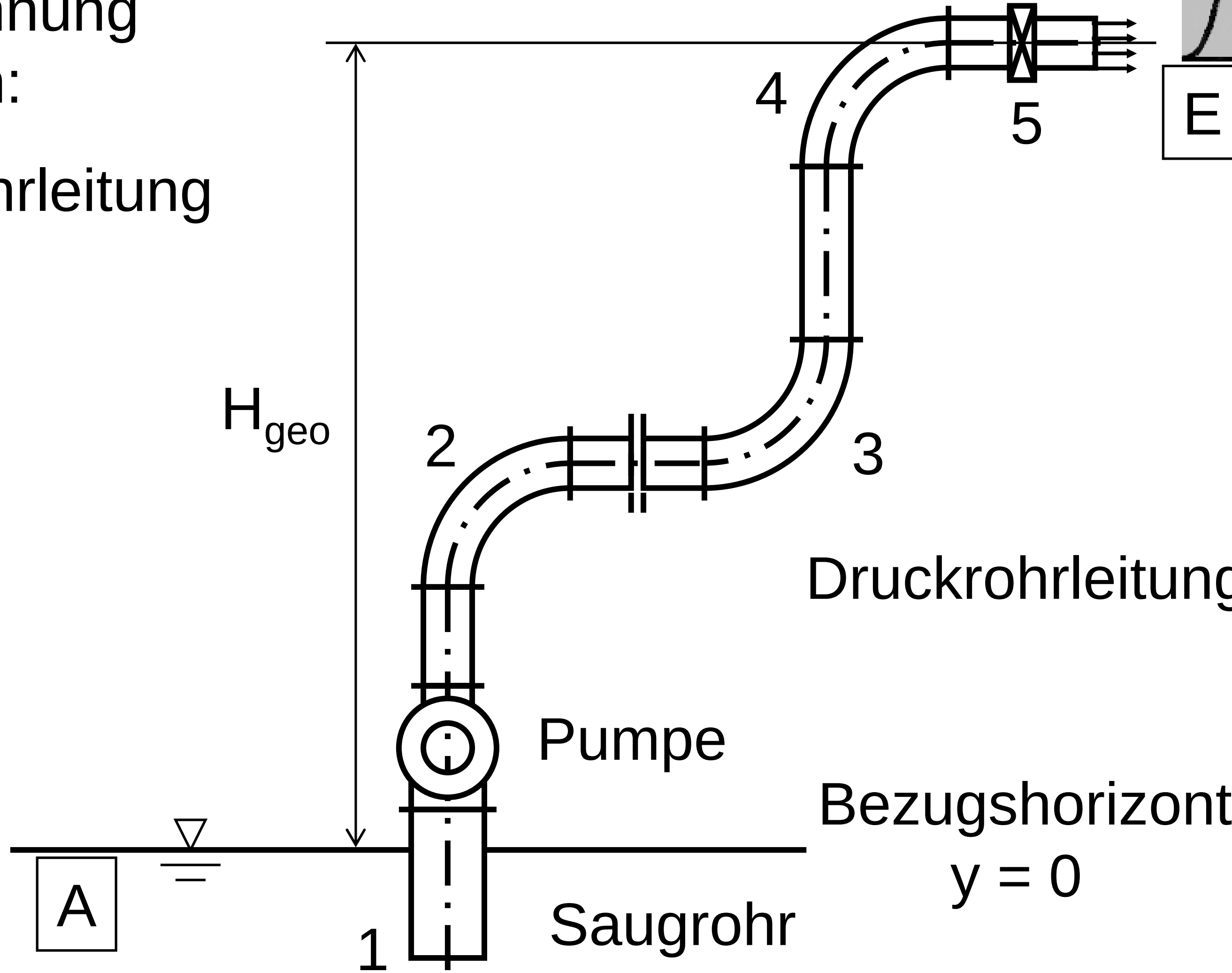
$$\text{Für } v < 2 \text{ m/s} \quad \text{und } \frac{b}{d} < 0{,}1: \quad \zeta \approx 0,$$

andernfalls: $\zeta = 0{,}05$ bis $0{,}10$

Quelle: Schneider Bautabellen, 8. Auflage

Praktische Berechnung von Rohrleitungen:

Hier: Pumpen-Rohrleitung



$$h_E = y_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2 \cdot g} + H_{man} = y_E + \frac{p_E}{\gamma} + \frac{v_E^2}{2 \cdot g} + \Sigma h_{v,i}$$

Alle Rohrleitungsaufgaben lassen sich auf die sogenannte *erweiterte* Höhenform des Energisatzes zurückführen:

$$\boxed{h_E = y_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2 \cdot g} + H_{man} = y_E + \frac{p_E}{\gamma} + \frac{v_E^2}{2 \cdot g} + \Sigma h_{v,i}}$$

Die Summe aller Energiehöhenarten (Ortshöhe, Druckhöhe, Geschwindigkeitshöhe) *am Anfangs-Kontrollquerschnitt (A)* - ggf. ergänzt mit der durch eine *Strömungsmaschine* dem System *zugeführten* bzw. *entzogenen* sog. manometrischen Förderhöhe H_{man} ist gleich

der Summe aller Energiehöhenarten am *End-Kontrollquerschnitt (E)* zuzüglich der Summe aller Energiehöheverluste $\Sigma h_{v,i}$ des Gesamtsystems.

Pumpe: H_{man} positiv.

Turbine: H_{man} negativ.

Für die oben dargestellte Pumpen-Rohrleitung (Standardanordnung) ist bezogen auf den Zulaufwasserspiegel y = 0
vor dem Einlauf (A):

$y_A = 0$, $p_A/\gamma = 0$, $v_A = 0$.

Hinzukommt H_{man} (+) als unbekannte Größe.

Am Auslauf (E):

$y_E = H_{geo}$, $p_E/\gamma = 0$, $v_E = v_m = Q/A$

Hinzukommen der *kontinuierliche Rohrreibungsverlust* der geraden Rohrstränge mit einer abgewickelten Gesamtlänge L

(vereinfachend wird hier zunächst von *gleichen* Durchmessern D auf der Saug- und auf der Druckseite ausgegangen)

$$\boxed{h_{vR} = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}}$$

sowie die *örtlichen Energiehöhenverluste* der Reihenfolge nach am Einlauf (1), in den Krümmern (2) bis (4) und im voll geöffneten Regelorgan (5) (Schieber).

$$\boxed{h_{vö,i} = \zeta_i \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}}$$

$$H_{man} = H_{geo} + \frac{v_m^2}{2 \cdot g} + \Sigma h_{v,i} = H_{geo} + \frac{v_m^2}{2 \cdot g} + \lambda \cdot \frac{L}{D} \frac{v_m^2}{2 \cdot g} + \zeta_1 \cdot \frac{v_m^2}{2 \cdot g} + ... + \zeta_5 \cdot \frac{v_m^2}{2 \cdot g}$$

oder

$$\boxed{H_{man} = H_{geo} + \frac{v_m^2}{2 \cdot g} \cdot \left(1 + \lambda \cdot \frac{L}{D} + \Sigma \zeta_i \right)}$$

Wenn $\lambda \approx$ konst. im Arbeitsbereich
(= Leistungsbereich P = f(H, Q) der Pumpe)

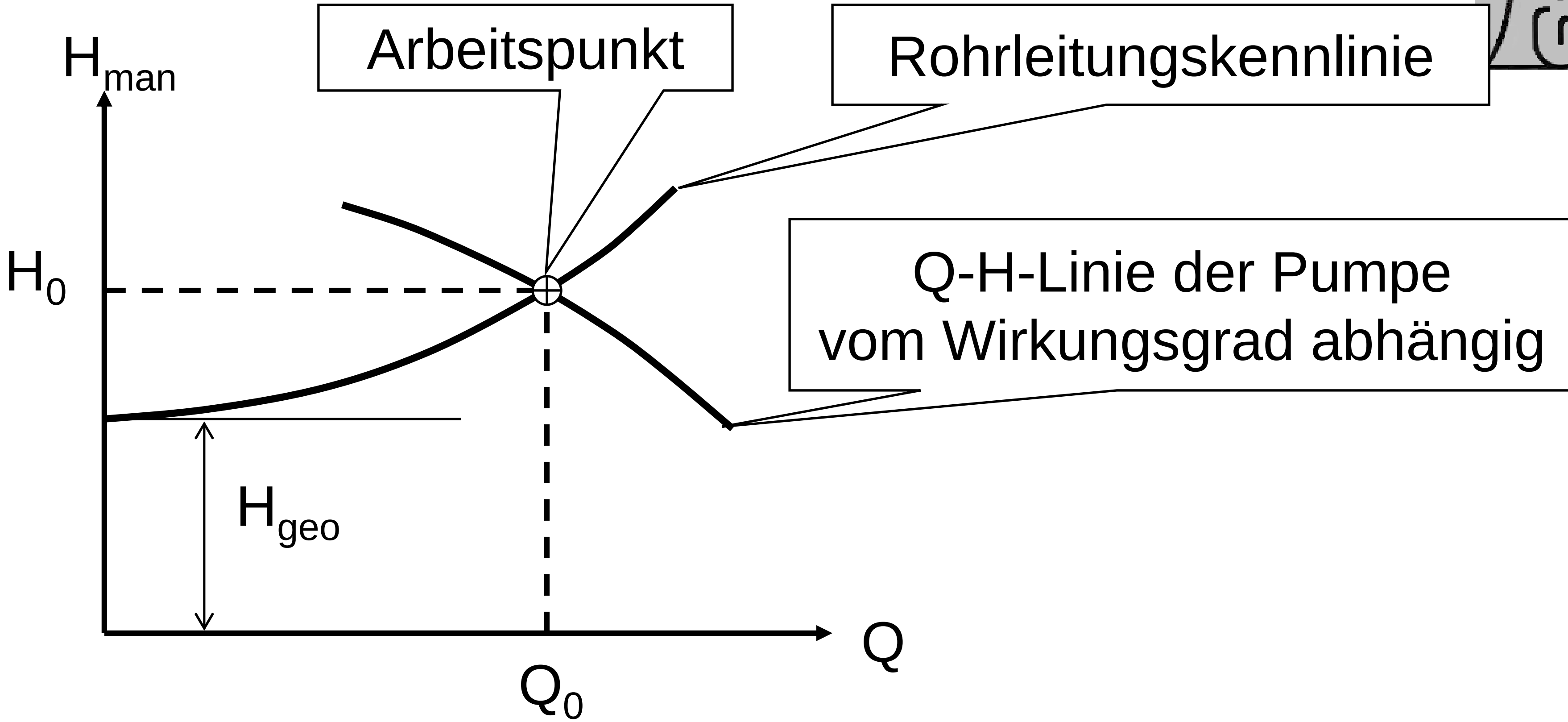
ist hier

$$\left(1 + \lambda \cdot \frac{L}{D} + \Sigma \zeta_i \right) = c$$

eine für die jeweilige Rohrleitung kennzeichnende konstante Zahl.
Die *Kennlinie* der Rohrleitung ist dann eine einfache quadratische Parabel.

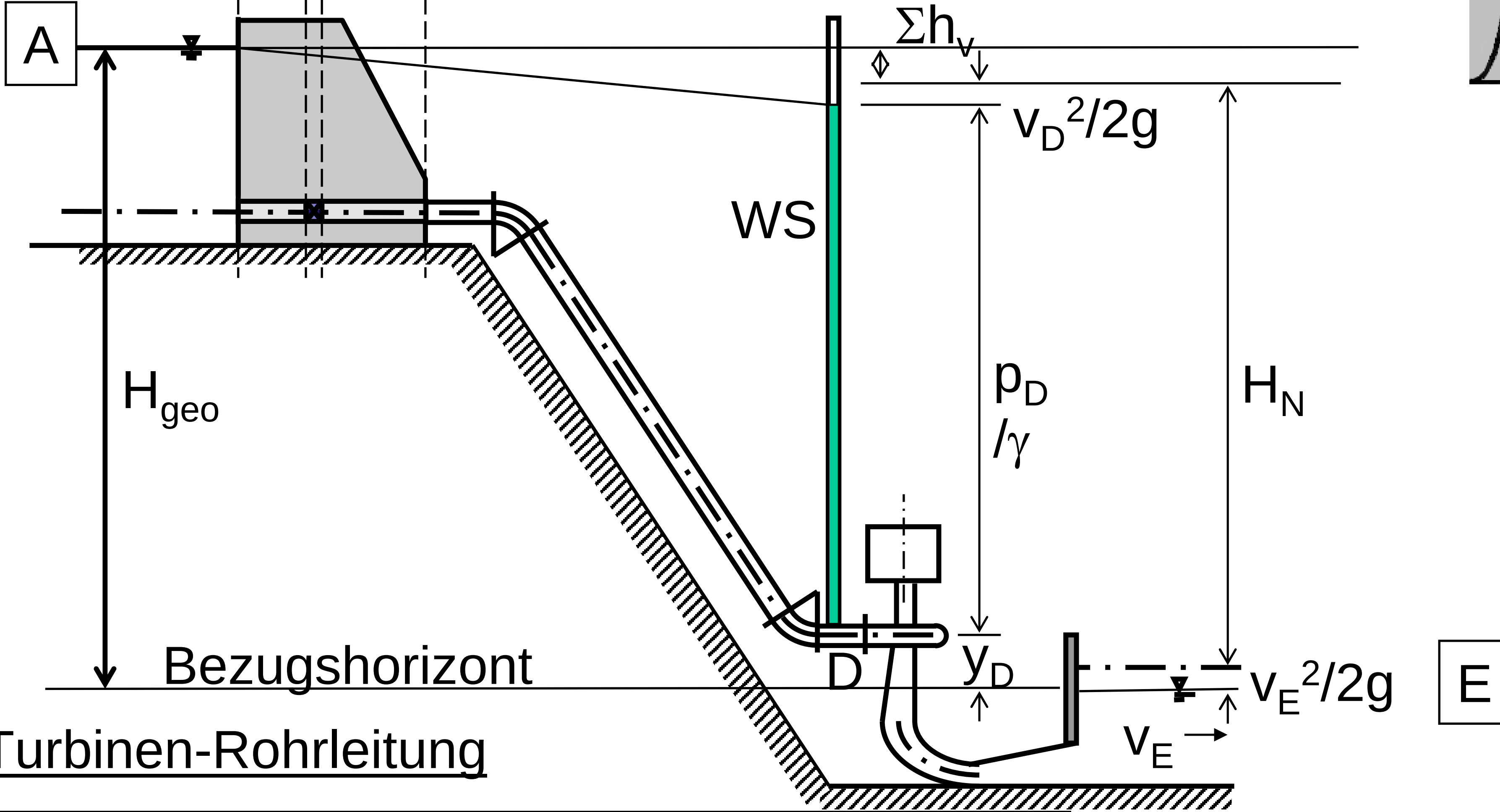
$$\boxed{H_{man} = H_{geo} + c \cdot \frac{v_m^2}{2 \cdot g}}$$

Für eine bestimmte Fließgeschwindigkeit v_m bzw. vorgegebenen Durchfluss $Q = v_m \cdot A$ ist H_{man} (von der Pumpe) bereitzustellen.



$$H_{man} = H_{geo} + c \cdot \frac{v_m^2}{2 \cdot g} = H_{geo} + c \cdot \frac{Q^2}{A^2 \cdot 2 \cdot g}$$

Die Auftragung dieser Kurve über $Q = A \cdot v_m$ zusammen mit der *Q-H-Linie der Pumpe* (Pumpenkennlinie) liefert als Schnittpunkt den sog. *Arbeitspunkt*, der angibt, welcher Durchfluss zu welcher Druckhöhe gehört.



Turbinen-Rohrleitung

Reaktionsturbine

$$h_E = y_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2 \cdot g} - H_{man} = y_E + \frac{p_E}{\gamma} + \frac{v_E^2}{2 \cdot g} + \Sigma h_{v,i}$$

Mit Bezug zum Auslaufspiegel y = 0 ist im *Anfangskontrollquer-schnitt A* die Ortshöhe $y_A = H_{geo}$ und H_{man} ist negativ, während am *Endkontrollquerschnitt E* ggf. noch $v_E^2/2g$ zu berücksichtigen ist.

$$\boxed{h_E = y_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2 \cdot g} - H_{man} = y_E + \frac{p_E}{\gamma} + \frac{v_E^2}{2 \cdot g} + \Sigma h_{v,i}}$$

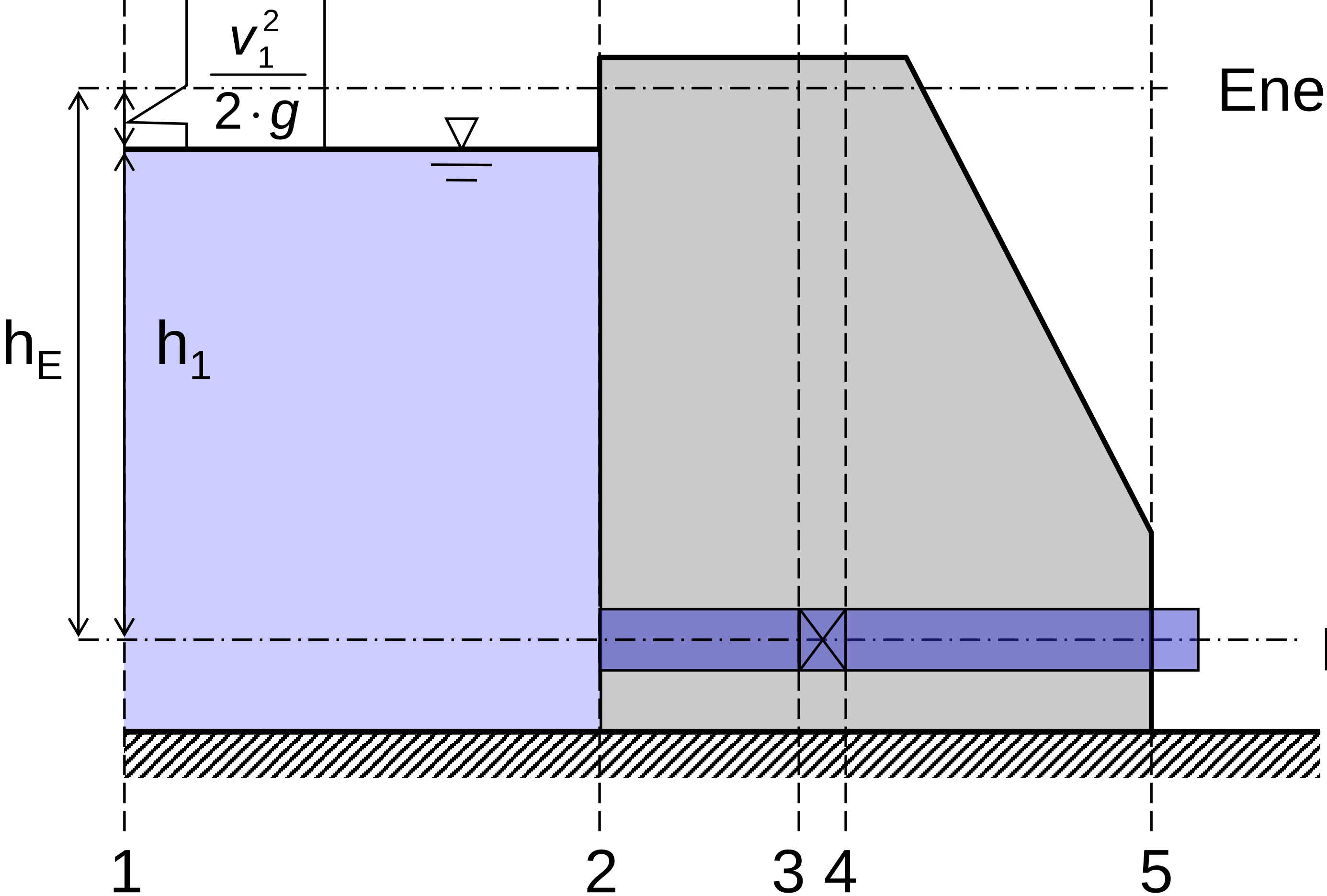
$$H_{geo} + 0 + 0 - H_{man} = 0 + 0 + \frac{v_E^2}{2 \cdot g} + \Sigma h_{v,i}$$

Die Nutzfallhöhe ist dann: $\boxed{H_N = H_{man} = H_{geo} - \Sigma h_v - v_E^2/2g}$

Vor dem Druckstutzen (D) der Turbine befindet sich das sog. Wasserschloss (WS), das die Druckhöhe p_d/γ anzeigt.

Die Summe der Energiehöhenverluste Σh_v bezieht sich auf die Druckseite der Turbine.
Verluste im Bereich des Saugrohres werden der Turbine zugerechnet und sind im Wirkungsgrad der Turbine erfasst.

Näheres vergl. “Wasserkraftanlagenbau”



unmaßstäblich !

Aufgabe:
Staumauer mit Ausfluss aus Grundablass ins Freie.

<u>Gegeben:</u> Q = 50m³/s, A_1 = 350m², $D_{2\text{-}3} = D_{4\text{-}5}$ = 2 m, $L_{2\text{-}3}$ = 10m, $L_{4\text{-}5}$ = 20m; k = 1,5mm, Verlustbeiwerte: Einlauf ζ_E =0,1; geöffneter Flachschieber ζ_S = 0,12; kinemat. Zähigkeit $\nu = 10^{-6}$ m²/s.

<u>Gesucht:</u> Wasserstand h_1; Energie- und Drucklinie.

Energiesatz:

$$h_E = h_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = y_5 + \frac{p_5}{\gamma} + \frac{v_5^2}{2 \cdot g} + \Sigma h_v$$

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = 0 + 0 + \frac{v_5^2}{2 \cdot g} + \Sigma h_v$$

Summe aller Verluste: $\Sigma h_v = h_{vE} + h_{v2-3} + h_{vS} + h_{v4-5}$

Alle Verluste sind von der Geschwindigkeitshöhe der Rohrströmung mit $v_{2\text{-}5}$ = konst. abhängig.

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{50}{350} = 0{,}143\,m/s$$

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{0{,}143^2}{19{,}62} = 0{,}001\,m$$

$$v_{2-5} - \frac{Q}{A_{2-5}} = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot D_{2-5}^2}{4}} = \frac{50}{\frac{\pi \cdot 2^2}{4}} = 15{,}92\,m/s$$

$$\frac{v_{2-5}^2}{2 \cdot g} = \frac{15{,}92^2}{19{,}62} = 12{,}92\,m$$

<u>Örtliche Verluste</u>

am Einlauf:

$$h_{vE} = \zeta_E \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = 0{,}1 \cdot 12{,}92 = 1{,}29\,m$$

am geöffneten Absperrorgan:

$$h_{vS} = \zeta_S \cdot \frac{v_4^2}{2 \cdot g} = 0{,}12 \cdot 12{,}92 = 1{,}55\,m$$

Reibungsverlust Rohr 2-3: $h_{vR\,2-3} = \lambda_{2-3} \cdot \frac{L_{2-3}}{D_{2-3}} \cdot \frac{v_{2-3}^2}{2 \cdot g} = \lambda_{2-3} \cdot \frac{10}{2} \cdot 12{,}92$

Da

$D_{2-3} = D_{3-4} = D = 2m$ und $k_{2-3} = k_{4-5} = k = 0{,}0015m$, wird $\lambda_{2-3} = \lambda_{4-5} = \lambda\left(\mathrm{Re}, \frac{k}{D}\right)$

$$\mathrm{Re} = \frac{v_{2-5} \cdot D}{\nu} = \frac{15{,}92 \cdot 2}{10^{-6}} = 3{,}2 \cdot 10^7$$

$$\frac{k}{D} = \frac{0{,}0015}{2} = 7{,}5 \cdot 10^{-4}$$

Aus λ - Nomogramm:

$$\lambda_{2-3} = \lambda_{4-5} = \lambda\left(\mathrm{Re}, \frac{k}{D}\right) = 0{,}018$$

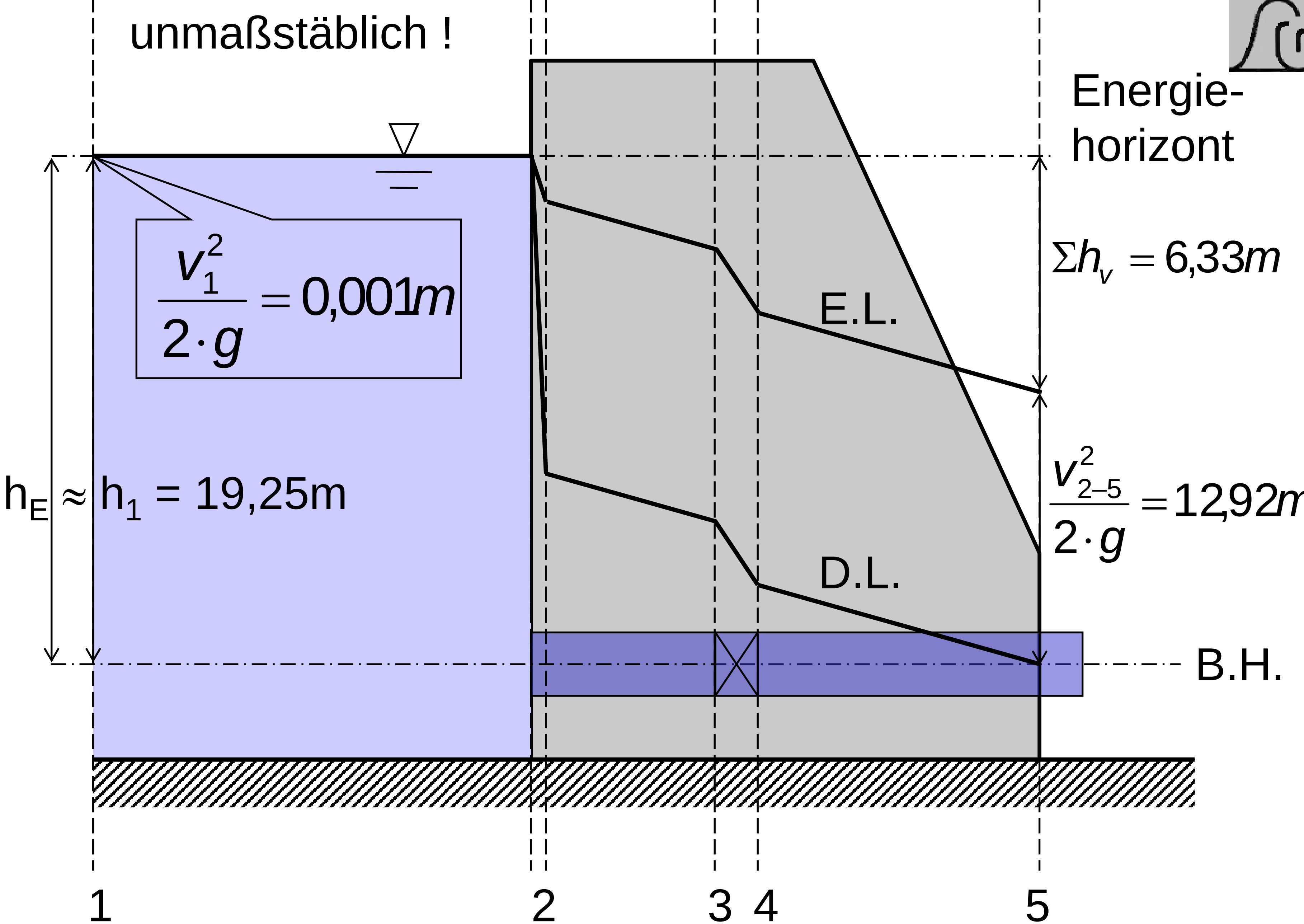
$$h_{v\,2-3} = \lambda_{2-3} \cdot \frac{L_{2-3}}{D_{2-3}} \cdot \frac{v_{2-3}^2}{2 \cdot g} = 0{,}018 \cdot \frac{10}{2} \cdot 12{,}92 = 1{,}16m$$

Reibungsverlust Rohr 4-5:

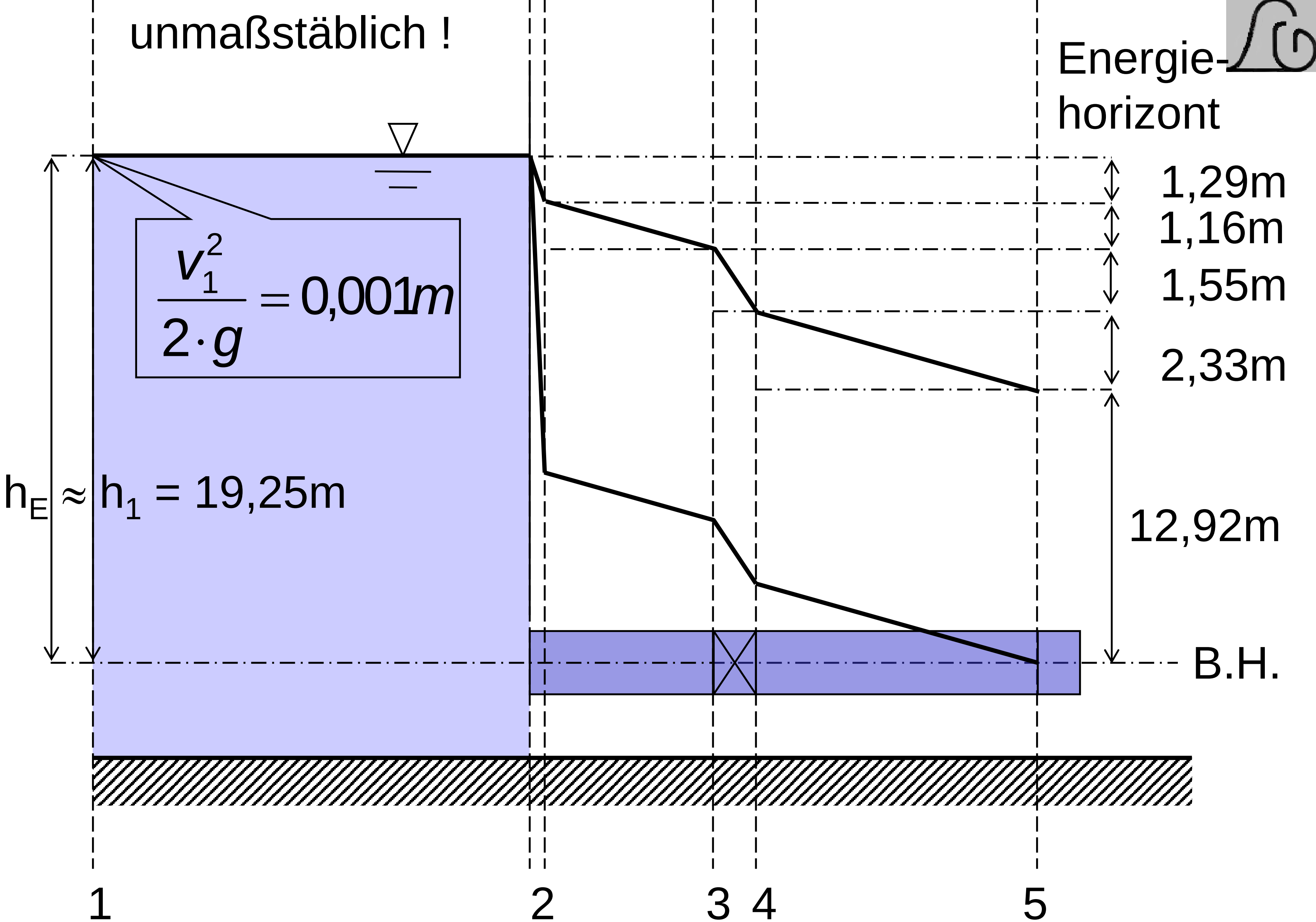
$$h_{v\,4-5} = \lambda_{4-5} \cdot \frac{L_{4-5}}{D_{4-5}} \cdot \frac{v_{4-5}^2}{2 \cdot g} = 0{,}018 \cdot \frac{20}{2} \cdot 12{,}92 = 2{,}33m$$

Summe d.Verluste: $\Sigma h_v = h_{vE} + h_{v2-3} + h_{vS} + h_{v4-5} = 1{,}29 + 1{,}16 + 1{,}55 + 2{,}33 = 6{,}33m$

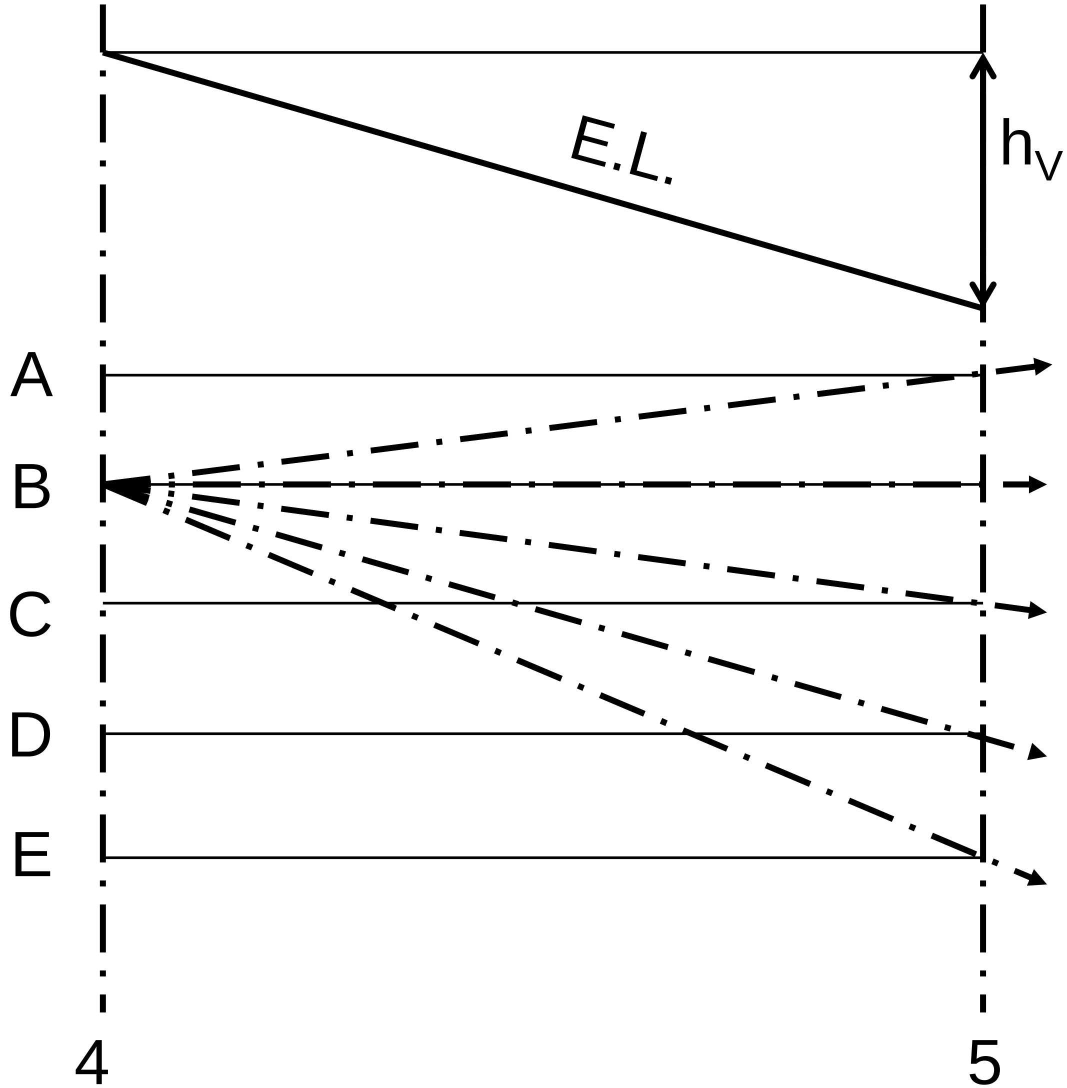
Wasserstand: $h_1 = \frac{v_{2-5}^2}{2 \cdot g} - \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \Sigma h_v = 12{,}92 - 0{,}001 + 6{,}33 = 19{,}25m$



unmaßstäblich !
Energie-
horizont
$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} = 0{,}001 m$
$\Sigma h_v = 6{,}33 m$
E.L.
$h_E \approx h_1 = 19{,}25 m$
$\frac{v_{2-5}^2}{2 \cdot g} = 12{,}92 m$
D.L.
B.H.
1
2
3
4
5



unmaßstäblich !
Energie-
horizont
$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} = 0{,}001m$
1,29m
1,16m
1,55m
2,33m
12,92m
$h_E \approx h_1 = 19{,}25m$
B.H.
1
2
3
4
5



Bezugshorizont jeweils auf der Höhe des Austritts ins Freie (bei 5).

Aufgabe:

Der Rohrreibungsverlust h_V ist für den Rohrstrang zwischen 4 und 5 gegeben. Es soll der Energiesatz allgemein bezüglich der Stellen 4 und 5 für unterschiedlich geneigte Rohrstranglagen A, B, C, D, E aufgestellt werden. Wo liegt jeweils die Drucklinie ? In welchem Fall wird p_4/γ negativ ?

$$\boxed{y_4 + \frac{p_4}{\gamma} + \frac{v_4^2}{2 \cdot g} = y_5 + \frac{p_5}{\gamma} + \frac{v_5^2}{2 \cdot g} + h_v}$$

Der Bezugshorizont liegt jeweils auf der Höhe des Auslasses, $y_5 = 0$, $p_5 = 0$, $v_4 = v_5$.

$$\boxed{y_4 + \frac{p_4}{\gamma} = 0 + 0 + h_v}$$

$$\frac{p_4}{\gamma} = h_v - y_4$$

Fall A: y_4 negativ

$$\frac{p_4}{\gamma} = h_v + |y_4|$$

Fall B: $y_4 = 0$

$$\frac{p_4}{\gamma} = h_v$$

Fall C: y_4 positiv

$$\frac{p_4}{\gamma} = h_v - y_4$$

Fall D: $y_4 = h_v$

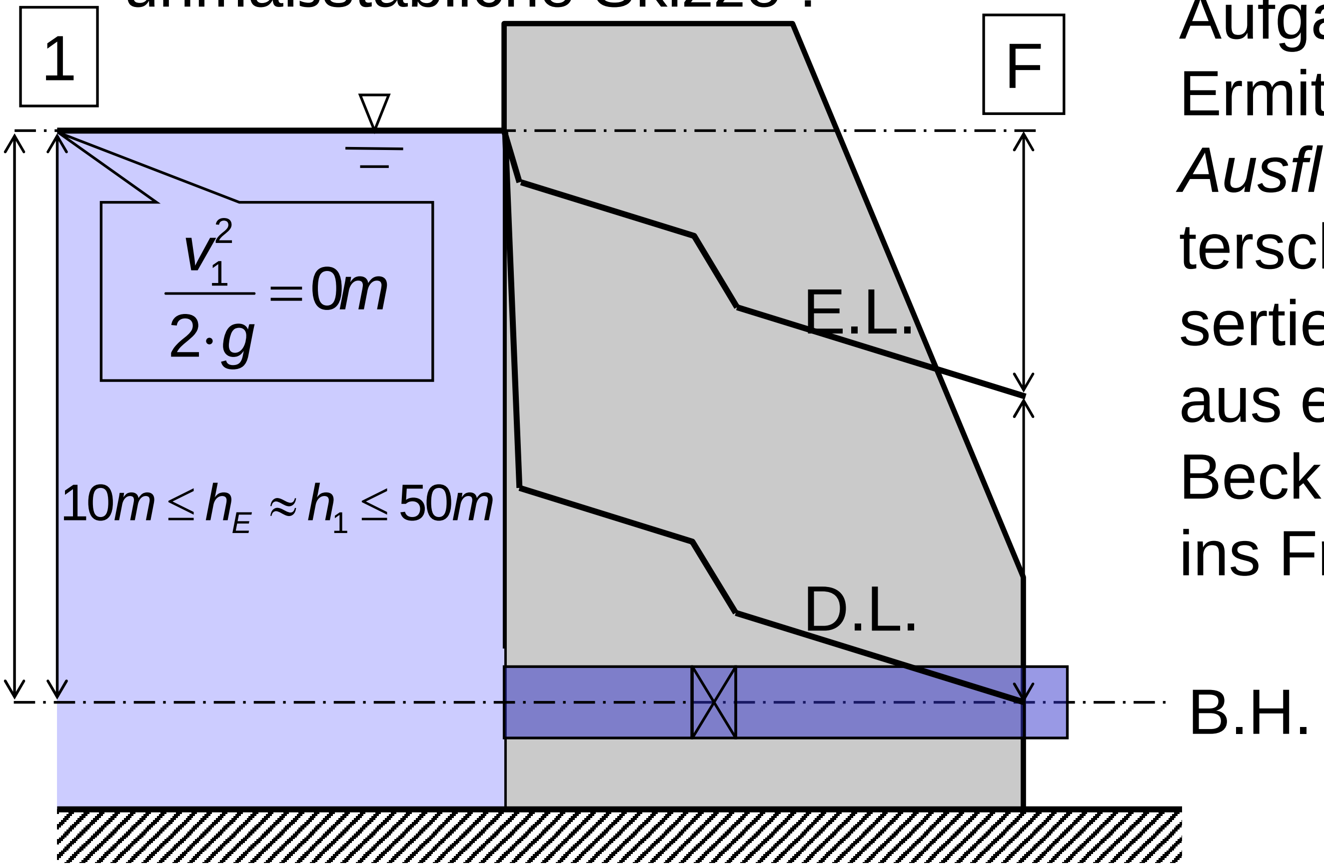
$$\frac{p_4}{\gamma} = 0$$

Fall E: $|y_4| > |h_v|$

$$\frac{p_4}{\gamma} = \text{negativ}$$

Lösung auch für Bezugshorizonte auf der Höhe B durchführen !

unmaßstäbliche Skizze !



Aufgabe:
Ermittlung nur des *Ausflusses Q* für unterschiedliche Wassertiefen h_1 aus einem großen Becken (1) ins Freie (F).

<u>Gegeben:</u>

$D_{2\text{-}3} = D_{4\text{-}5} = D = 2m$; $L_{2\text{-}3} = 10m$, $L_{4\text{-}5} = 20m$, $L = L_{2\text{-}3} + L_{4\text{-}5} = 30m$; k = 1,5mm; Verlustbeiwerte: Einlauf $\zeta_E = 0{,}1$; geöffneter Flachschieber $\zeta_S = 0{,}12$; kinemat. Zähigkeit $\nu = 10^{-6}\ m^2/s$.

<u>Gesucht:</u> Abflusskurve $Q = f(h_1)$; quasistationär

Energiesatz: $$h_E = h_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = y_F + \frac{p_F}{\gamma} + \frac{v_F^2}{2 \cdot g} + \Sigma h_v \qquad v_1 = 0$$

$$h_1 = \frac{v_F^2}{2 \cdot g} + \Sigma h_v = \frac{v_F^2}{2 \cdot g} \cdot \left(1 + \zeta_E + \zeta_S + \lambda \cdot \frac{L}{D}\right)$$

aufgelöst nach v_{F}:

$$\boxed{v_F = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}}{\sqrt{\left(1 + \zeta_E + \zeta_S + \lambda \cdot \frac{L}{D}\right)}} = \frac{v_T}{W_V}}$$

Es sind: v_T = Fallgeschwindigkeit n. TORICELLI (reibungsfrei),
W_V = "Wurzel der Verlustbeiwerte"

1. Da W_V immer > 1, wird $v_F < v_T$.

2. Da der zu bestimmende λ - Wert selbst - über die Re-Zahl - von der Geschwindigkeit abhängig ist, ist eine Iteration erforderlich:

Es kann entweder v_T als Eingangsgröße berechnet werden oder ein λ aus dem Wertevorrat gewählt werden: $0{,}009 \le \lambda \le 0{,}1$

Lösung für $h_E = h_1 = 50m$:

$$v_T = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 50} = 31{,}32 m/s$$

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{31{,}32 \cdot 2}{10^{-6}} = 62{,}64 \cdot 10^{6} = 6{,}26 \cdot 10^{7}$$

$$\frac{k}{D} = \frac{0{,}0015}{2} = 7{,}5 \cdot 10^{-4}$$

$$\lambda = 0{,}0182$$

$$W_v = \sqrt{\left(1 + \zeta_E + \zeta_S + \lambda \cdot \frac{L}{D}\right)} = \sqrt{1 + 0{,}1 + 0{,}12 + 0{,}0182 \cdot \frac{30}{2}} = \sqrt{1{,}493} = 1{,}222$$

$$v_F = \frac{v_T}{W_v} = \frac{31{,}32}{1{,}22} = 25{,}67 m/s$$

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{25{,}67 \cdot 2}{10^{-6}} = 5{,}13 \cdot 10^{7}$$

Re nur geringfügig verändert !

$$\frac{k}{D} = \frac{0{,}0015}{2} = 7{,}5 \cdot 10^{-4}$$

$$\lambda = 0{,}0181$$

v_F = 25,67m/s ist bereits hinreichend genau !

$$Q = v_F \cdot A_F = 25{,}67 \cdot \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = 80{,}64 m^3/s$$

Die Berechnung für andere Wasserstände h_i wird am besten tabellarisch durchgeführt.

Bezüglich der Näherung der λ - Werte wird jeweils von dem für h_1 = 50m gefundenen Wert λ = 0,0181 ausgegangen.

Dann ergibt sich allgemein:

$$v_F = \frac{v_T}{W_v} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}}{1{,}22} = \frac{\sqrt{2 \cdot g}}{1{,}22} \cdot \sqrt{h_1} = 3{,}63 \cdot \sqrt{h_1}$$

$$Q = v_F \cdot A_F = 3{,}63 \cdot \sqrt{h_1} \cdot \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = 11{,}4 \cdot \sqrt{h_1}$$

Die Rechnung zeigt, dass Änderungen praktisch nicht erfolgen.

Dies ist darauf zurückzuführen, dass hier für Re > 10^7 :

$$\lambda = \lambda(k / D)$$

also von der REYNOLDS-Zahl unabhängig ist.

Abflusskurve Q = f (h_1) (quasistationär)

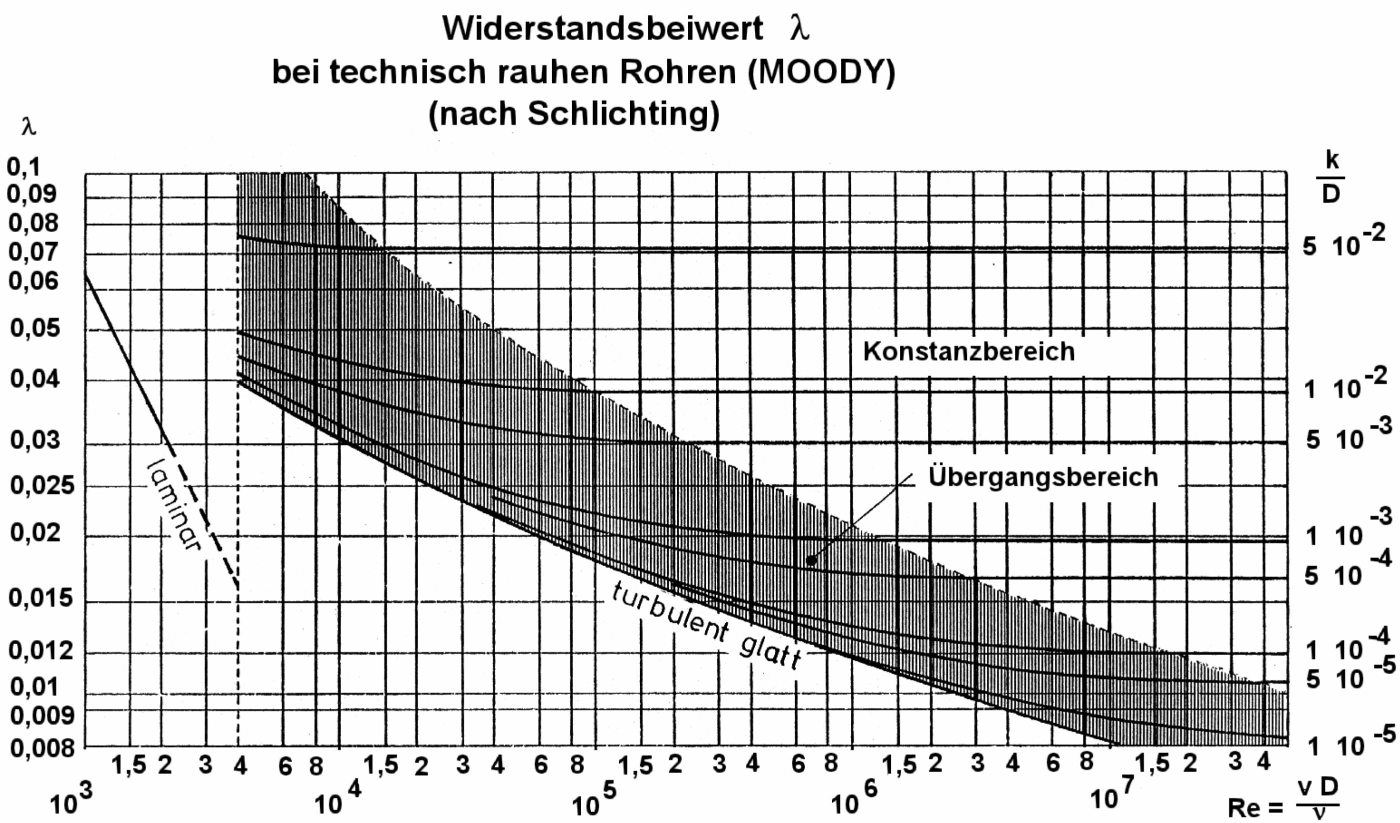
h_1	Q	v_F	Re	k/D	λ	1/Wv	v_F	Q
m	m^3/s	m/s	$\cdot 10^7$	$\cdot 10^{-4}$			m/s	m^3/s
10	36,05	11,48	2,20	7,5	0,0179	0,82	11,48	36,05
20	50,97	16,23	3,25	7,5	0,0180	0,82	16,23	50,97
30	62,42	19,88	3,98	7,5	0,0181	0,82	19,88	62,42
40	72,09	22,16	4,59	7,5	0,0181	0,82	22,16	72,09
50	80,60	25,67	5,10	7,5	0,0181	0,82	25,67	80,60

Die Rechnung zeigt, dass Änderungen praktisch nicht erfolgen.

Dies ist darauf zurückzuführen, dass hier für Re > 10^7 :

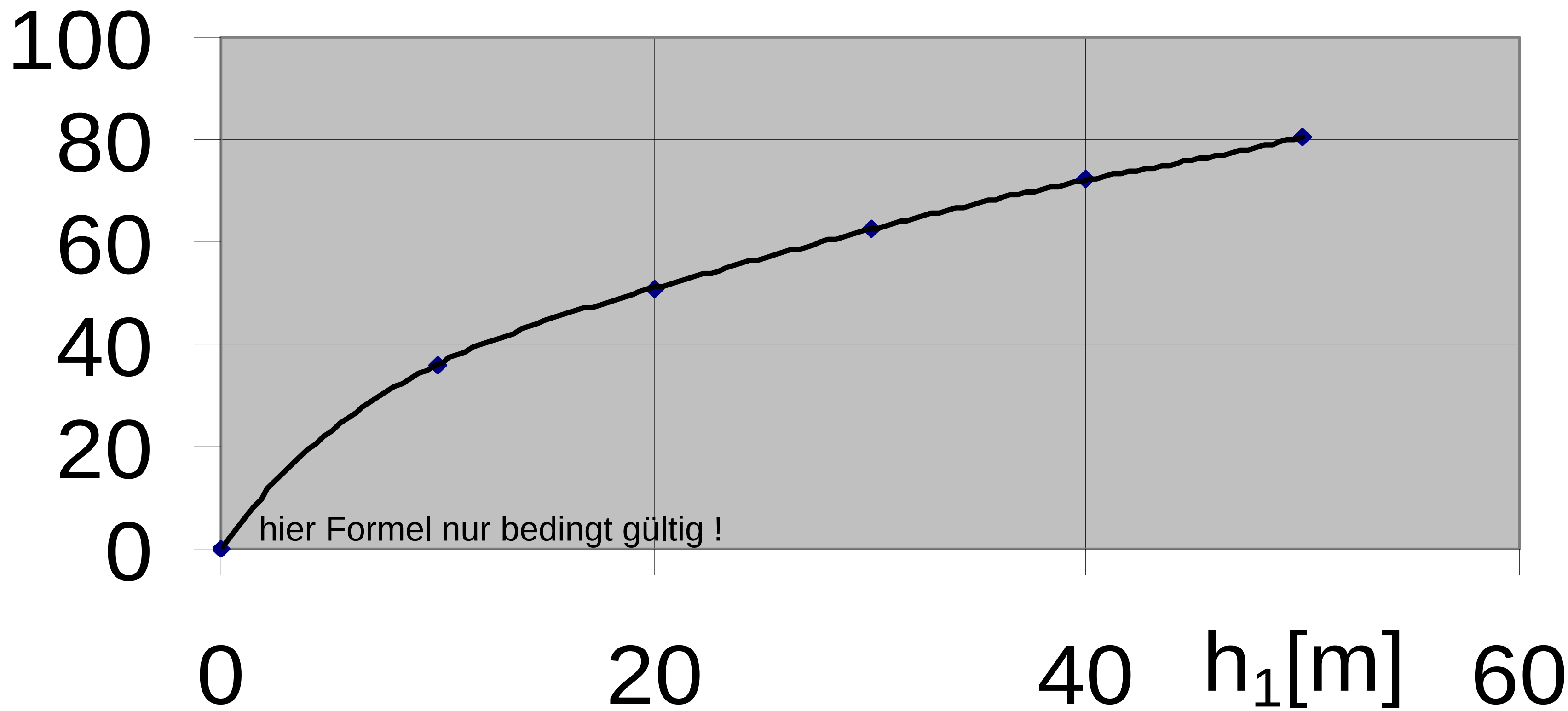
$$\lambda = \lambda(k / D)$$

also von der REYNOLDS-Zahl unabhängig ist.



$\longleftarrow 7{,}5 \cdot 10^{-4}$

$$Q = 11{,}4 \cdot \sqrt{h_1}$$



(Näherung durch Polynom 5. Grades.)

Bei sehr geringen Stauhöhen und damit sehr geringen Geschwindigkeiten (im Bereich Re < $3 \cdot 10^6$) wachsen die λ- Werte und die o.a.Funktion ist hier nicht mehr gültig.