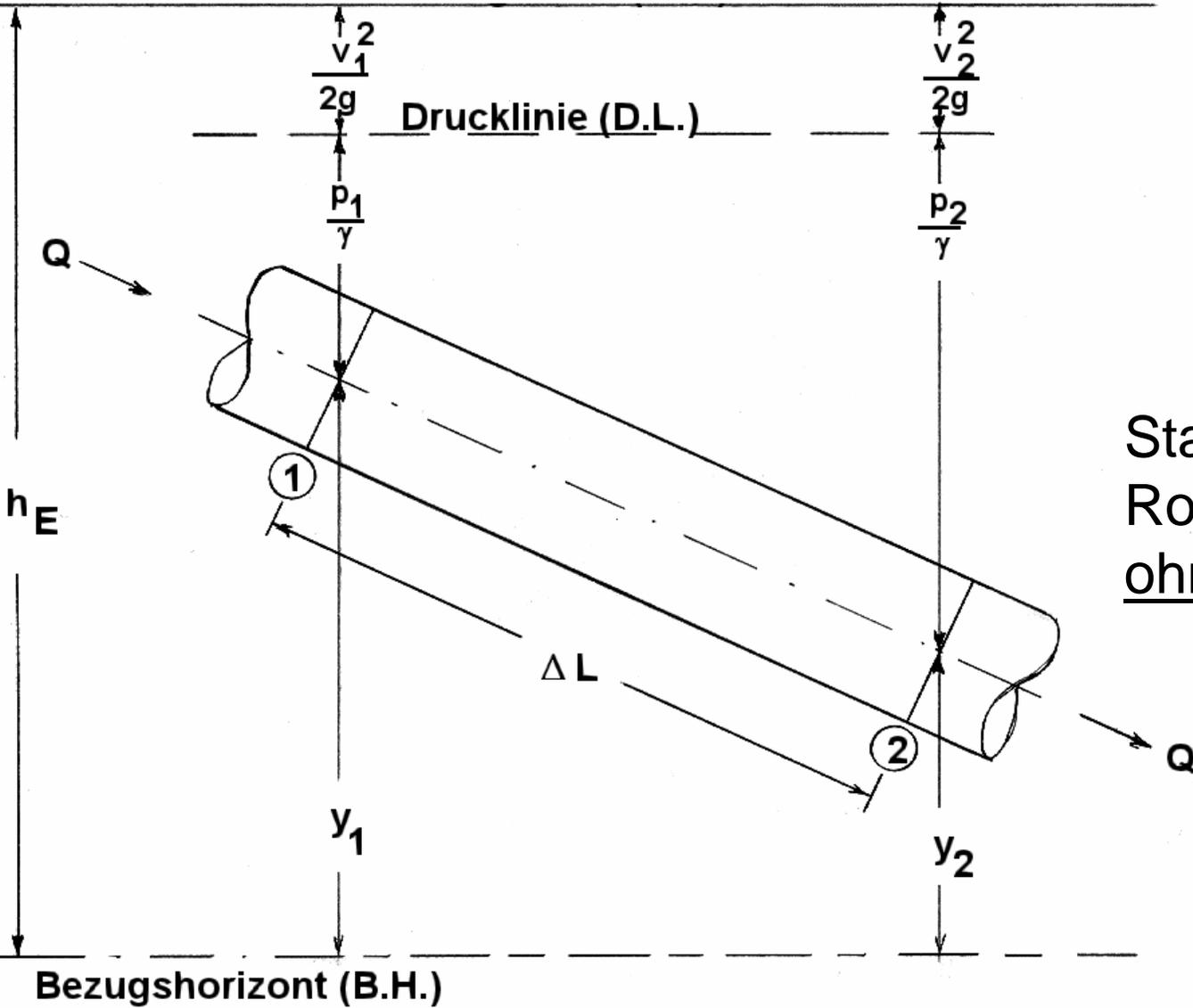


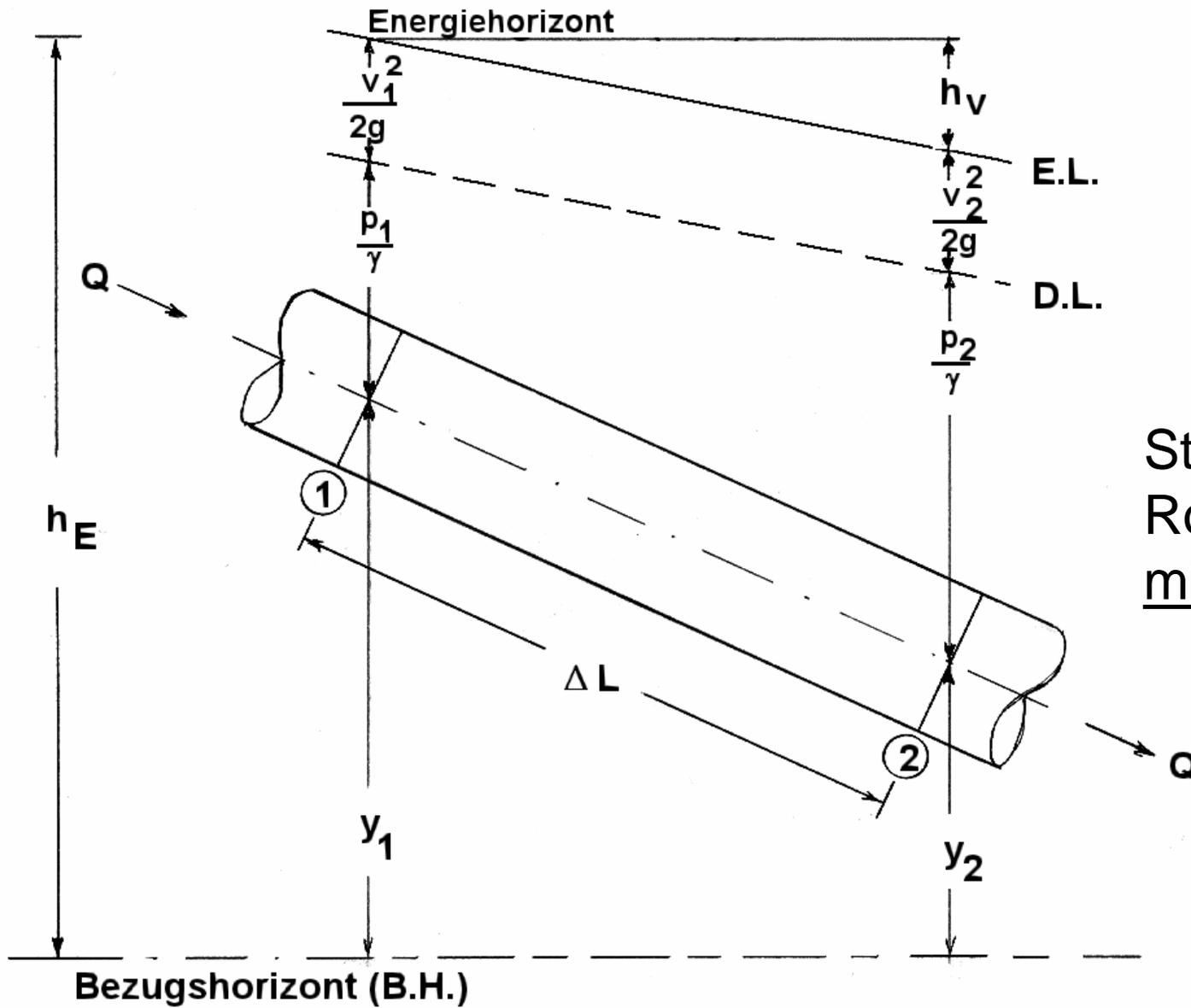


Energiehorizont (= E.L.)

Drucklinie (D.L.)



Stationäre  
Rohrströmung  
ohne Reibung.



Stationäre  
Rohrströmung  
mit Reibung.



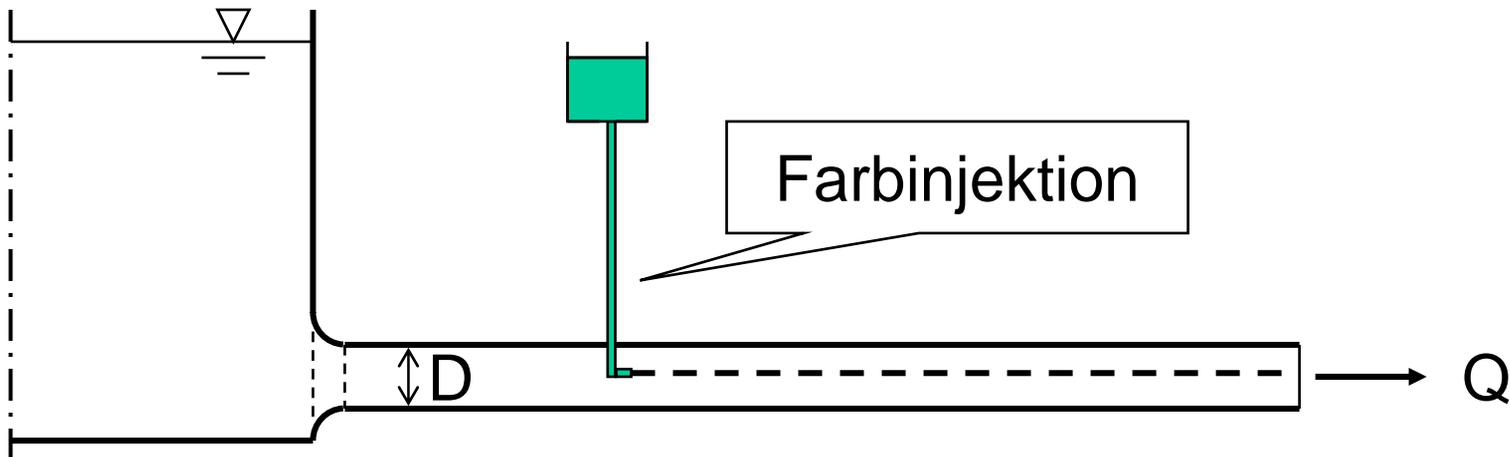
# FLIEßVORGANG REALER FLÜSSIGKEITEN:

## 1. Laminare und turbulente Strömung

Im Gegensatz zu den bisher behandelten idealen Flüssigkeiten sind *reale* Fluide (Flüssigkeiten und Gase) Reibungswirkungen ausgesetzt. Die Reibung äußert sich in einem Strömungswiderstand, zu dessen Überwindung Energie erforderlich ist.

In der Höhenform des Energiesatzes wird diese in Form einer Energieverlusthöhe  $h_v$  berücksichtigt.

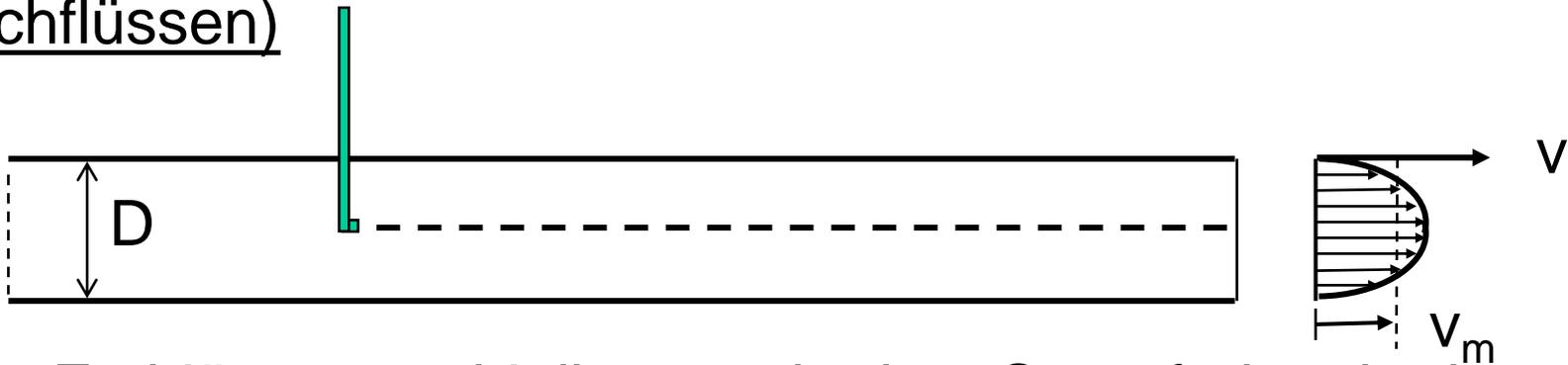
## 2. Das REYNOLDS - Experiment





Aus einem Behälter fließt über einen gut ausgerundeten Einlauf die Flüssigkeit durch ein Kreisrohr (Durchmesser  $D$ ). Über eine Injektionsdüse wird die Struktur eines Stromfadens mit einer Farblösung sichtbar gemacht. Es gibt unterschiedliche Ergebnisse:

A. Bei kleinen Geschwindigkeiten  
(Durchflüssen)

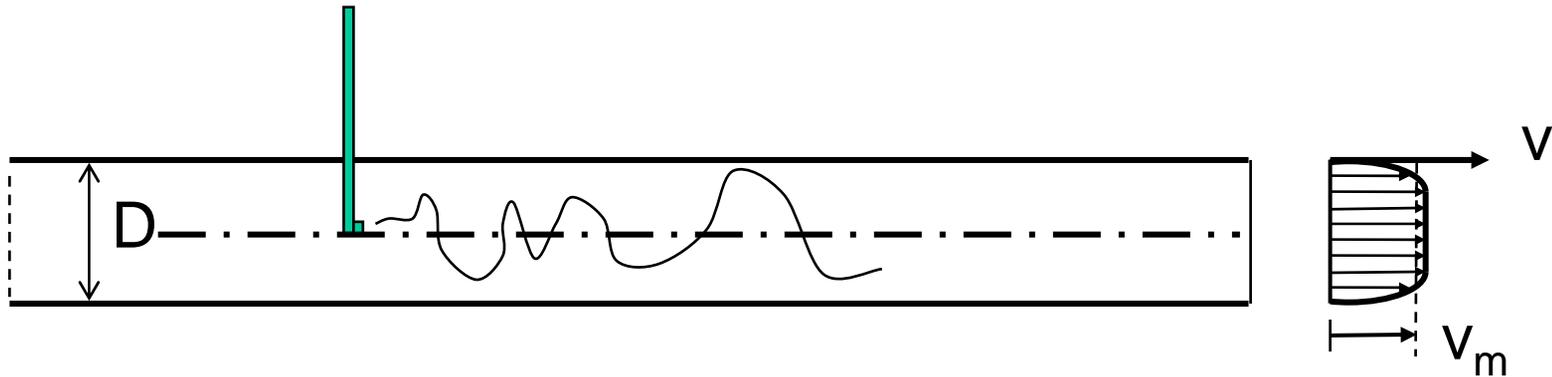


- Die Farblösung verbleibt etwa in dem Stromfaden, in den sie eingeleitet wurde,
- Die Geschwindigkeitsverteilung über dem Rohrquerschnitt hat die Gestalt eines *Rotationsparaboloids*,
- Der Strömungswiderstand wächst linear mit der mittleren Geschwindigkeit (Durchfluss), vergl. weiter hinten.

Dies sind die Kennzeichen einer laminaren Strömung.



## B. Bei großen Geschwindigkeiten (Durchflüssen)



- Die Farblösung vermischt sich nach kurzer Fließstrecke über den gesamten Rohrquerschnitt,
- Die Geschwindigkeitsverteilung über dem Rohrquerschnitt ist wesentlich ausgeglichener als bei laminarer Strömung,
- Der Strömungswiderstand wächst annähernd mit dem Quadrat der mittleren Strömungsgeschwindigkeit (Durchfluss),  
vergl. weiter hinten.

Dies sind die Kennzeichen einer turbulenten Strömung.



## Kriterien des Umschlages bei transienten Vorgängen:

- a. Der Umschlag der laminaren Strömung zur turbulenten Strömung erfolgt plötzlich beim Überschreiten einer bestimmten Strömungsgeschwindigkeit  $v$ .
- b. Bei gleicher mittlerer Strömungsgeschwindigkeit tritt der Umschlag laminar - turbulent umso früher auf, je größer der Rohrdurchmesser  $D$  gewählt wird.
- c. Der Umschlag laminar - turbulent tritt bei allen realen Fluiden umso früher ein, je kleiner ihre Zähigkeit (Viskosität)  $\nu$  ist, d.h., je weniger das Fluid der Bewegung Widerstand leistet.

## Stationäre Rohrströmung realer Fluide:

Ein stationärer Fließvorgang erfordert ein Gleichgewicht zwischen den Beschleunigungskräften (oder der Trägheit) und den Reibungskräften. Die Ähnlichkeitsmechanik liefert für die Rohrströmung die REYNOLDS-sche Zahl in der Form:

$$\text{Re} = \frac{v \cdot D}{\nu}$$



## Die kritische REYNOLDS - Zahl

Der Vorgang des Umschlages laminar - turbulent wird durch die Struktur der Reynolds - Zahl charakterisiert, vergl. oben.

Die unterschiedlichen Fließvorgänge sind durch die kritische REYNOLDS - Zahl voneinander getrennt:

$$\text{Re}_{\text{krit}} = \frac{v \cdot D}{\nu} = 2320$$

$\text{Re} < \text{Re}_{\text{krit}} = 2320$       laminarer Abfluss

$\text{Re} > \text{Re}_{\text{krit}} = 2320$       turbulenter Abfluss

Die Größenordnung der REYNOLDS - Zahlen im technischen Anwendungsbereich liegt für Wasser z.B. bei einer *kinematischen* Zähigkeit  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  (bei 20° C) sehr häufig oberhalb  $\text{Re} > 10^4$  und ist damit charakteristisch für turbulente Strömung.



Wasserleitung als Verteilerleitung:

$$D = 0,1\text{m}$$

$$v = 0,1\text{m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{0,1 \cdot 0,1}{10^{-6}} = 10^4$$

Wasserleitung als Hauptleitung:

$$D = 1\text{m}$$

$$v = 1\text{m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{1 \cdot 1}{10^{-6}} = 10^6$$

Grundablass einer Staumauer:

$$D = 5\text{ m}$$

$$v = 20\text{m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{20 \cdot 5}{10^{-6}} = 10^8$$

(Vergl. Berechnung der zugehörigen Verlusthöhen weiter unten.)



## Der Rohrreibungsverlust $h_{vR}$ :

$$h_{vR} = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v_m^2}{2 \cdot g}$$

Formel nach DARCY-WEISBACH

Generell ist die beim Fließvorgang in einem Kreisrohr erzeugte Verlusthöhe  $h_{vR}$  abhängig von der Strömungsart (laminar oder turbulent).

Bei *turbulenter* Strömung nimmt sie zu mit dem Quadrat der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $v_m$ , mit zunehmender Rohrlänge  $L$  und abnehmendem Rohrdurchmesser  $D$ .

Darüber hinaus nimmt sie zu mit dem Widerstandsbeiwert  $\lambda$ , der seinerseits neben der Reynolds - Zahl von der relativen Rauheits-erhebung  $k/D$  (Mittelwert  $k$  der absoluten Rauheitserhebungen an der Rohrwand bezogen auf den Rohrdurchmesser  $D$ ) abhängig ist. Das Nähere wird an gesonderter Stelle (Hydromechanik II) behandelt werden.



Genauere Untersuchungen haben gezeigt, dass mit zunehmender Reynoldszahl  $Re$  drei Bereiche für den Widerstandsbeiwert  $\lambda$  unterschieden werden können:

1. Glattbereich:

$$\lambda = \lambda (Re)$$

2. Übergangsbereich:

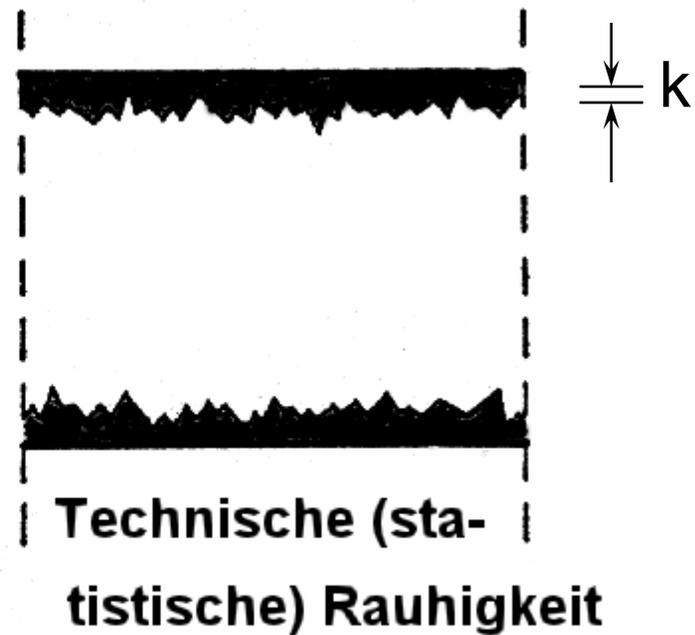
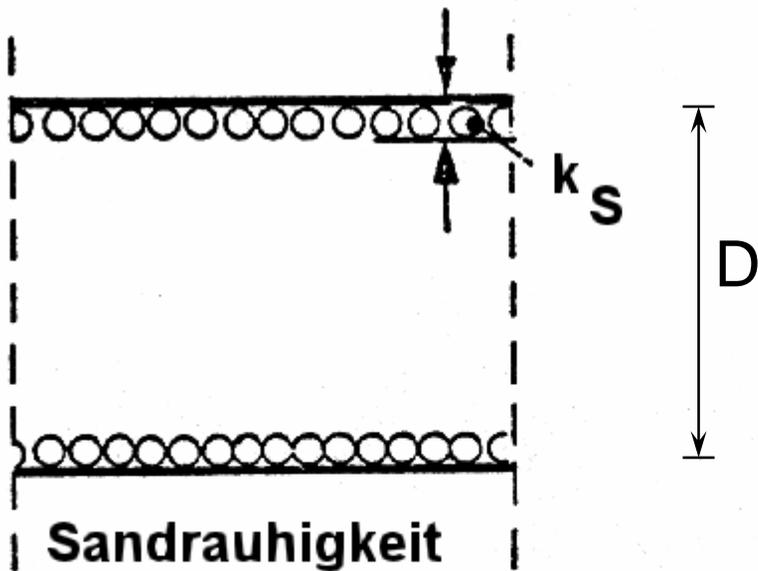
$$\lambda = \lambda \left( \frac{k}{D}, Re \right)$$

3. Konstanzbereich:

$$\lambda = \lambda \left( \frac{k}{D} \right)$$

Von NIKURADSE (1932, 1933) wurden Versuche mit künstlichen Sandkornrauheiten durchgeführt mit dem Zweck, einen Bezug zu den *technischen* Oberflächen-Rauheiten herzustellen.

Bei der Verwendung von Einkornsand kann die Rauheit  $k_s$  einfach durch den Korndurchmesser definiert werden, während die statistischen Rauheitselemente technisch rauher Rohre durch eine *äquivalente Sandrauheit* beschrieben werden; Versuche von PRANDL, MOODY, COLEBROOK und anderen.



Die mittlere Rauheitserhebung  $k$  einer Rohrwand kann durch die sog. äquivalente Sandrauheit ausgedrückt werden. Unter der letzteren versteht man eine Rauheit, die durch eine Auskleidung der Rohrwand mit Sandkörnern gleicher Korngröße  $k_s$  in dichtester Packung entsteht und die im Experiment bei sonst gleichen Bedingungen für große Reynoldszahlen ( $Re \rightarrow \infty$ ) den gleichen Widerstand aufweist wie die Rohrwand der der  $k$ -Wert  $k$  zugeordnet werden soll.



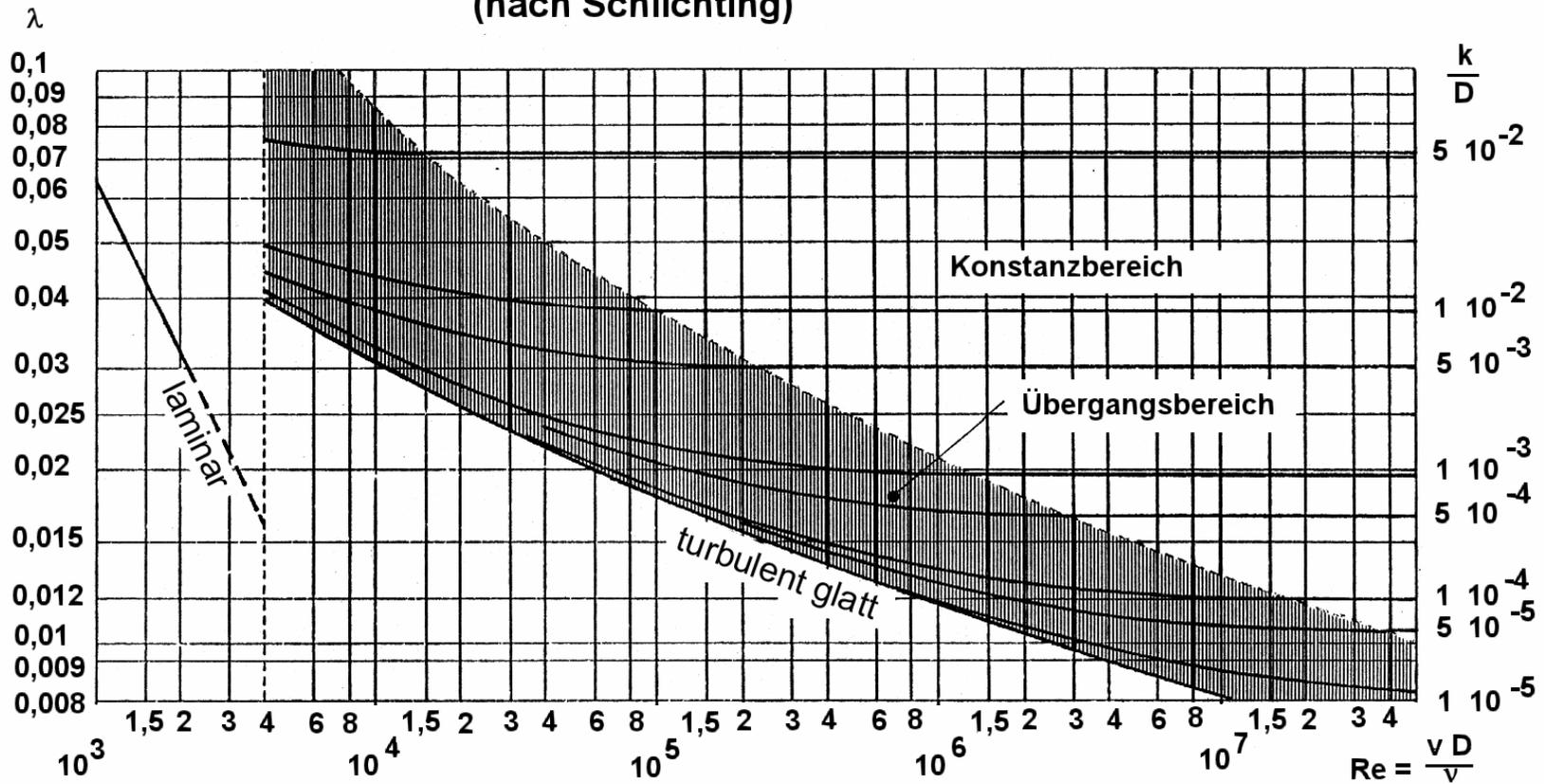
## Einige k - Werte technisch wichtiger Rohrwandungen:

Wandmaterial	k in mm
Stahl, poliert, verchromt	0,0014 – 0,0015
Plexiglas, PVC-Material	0,003
Stahl geschweißt	0,020 - 0,1
Gusseisen, bitumenüberzogen	0,06 - 0,3
Spritzbeton, geglättet	0,5 – 1,5
Stahl, genietet, korrodiert	2,0 – 6,0
Spritzbeton, uneglättet	3 - 10

Umfangreiche Daten bei: Schröder, RCM/Wallisch 1990: Hydraulische Methoden zur Erfassung von Rauheiten, DVWK-Schriften 92

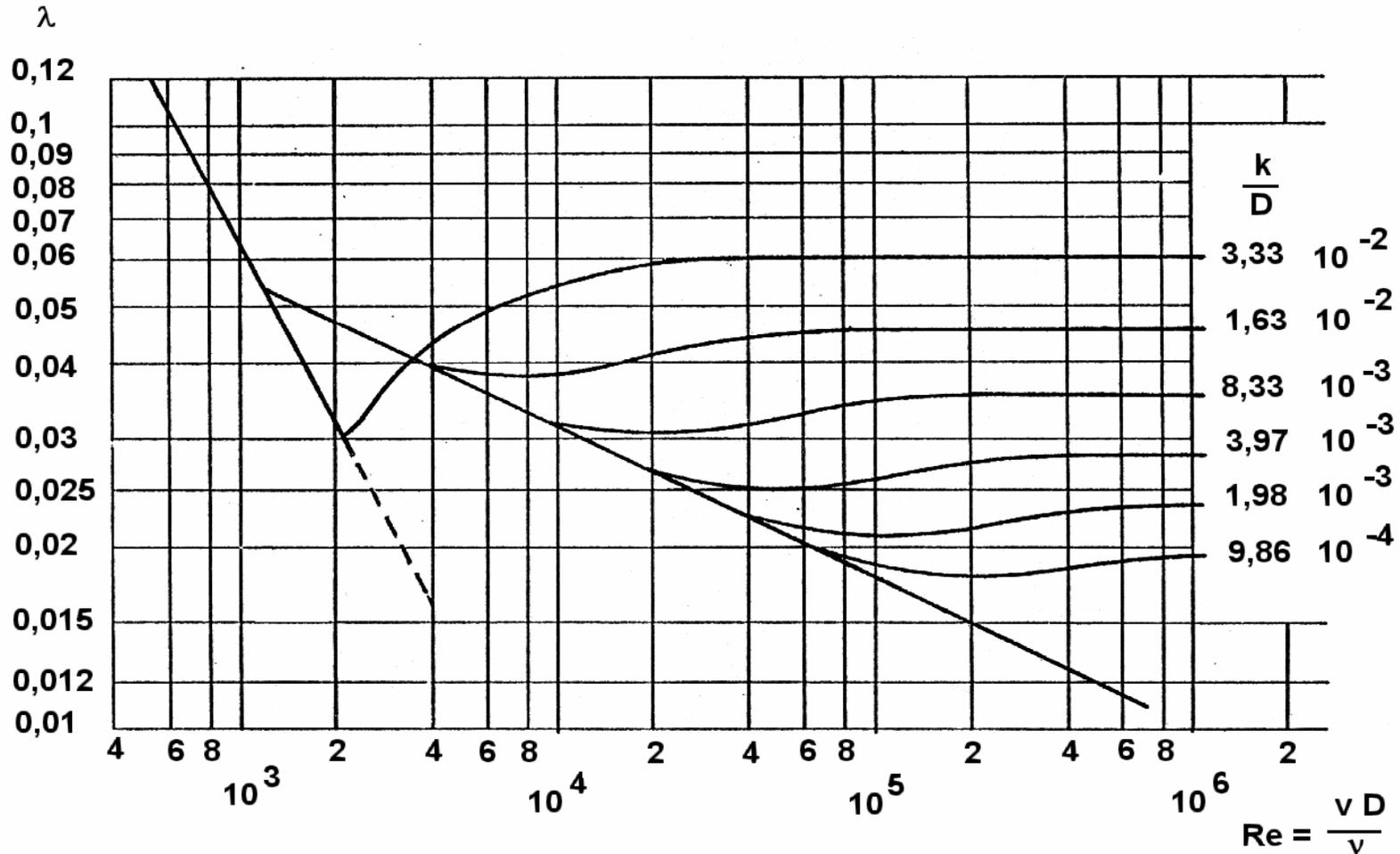


# Widerstandsbeiwert $\lambda$ bei technisch rauhen Rohren (MOODY) (nach Schlichting)

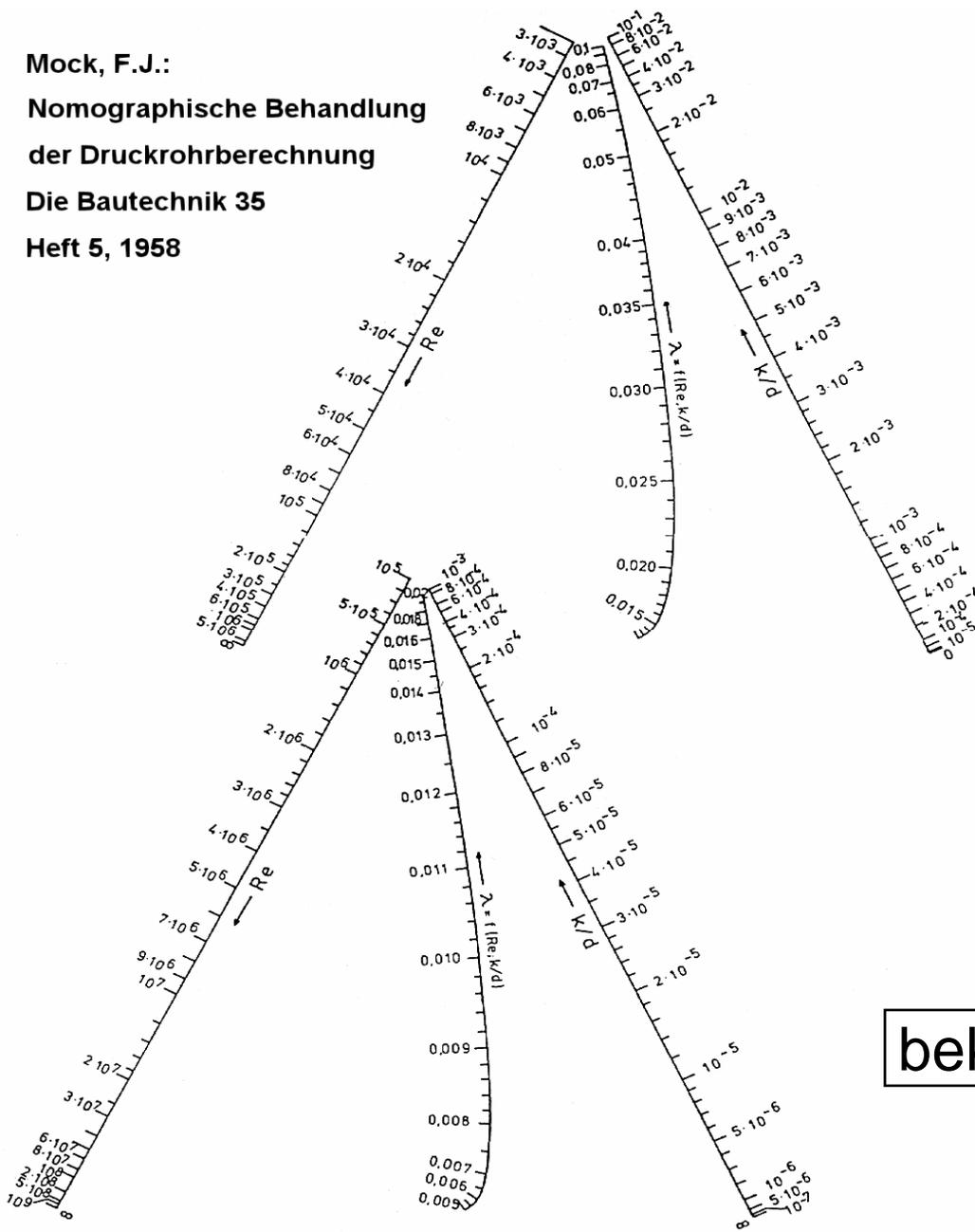




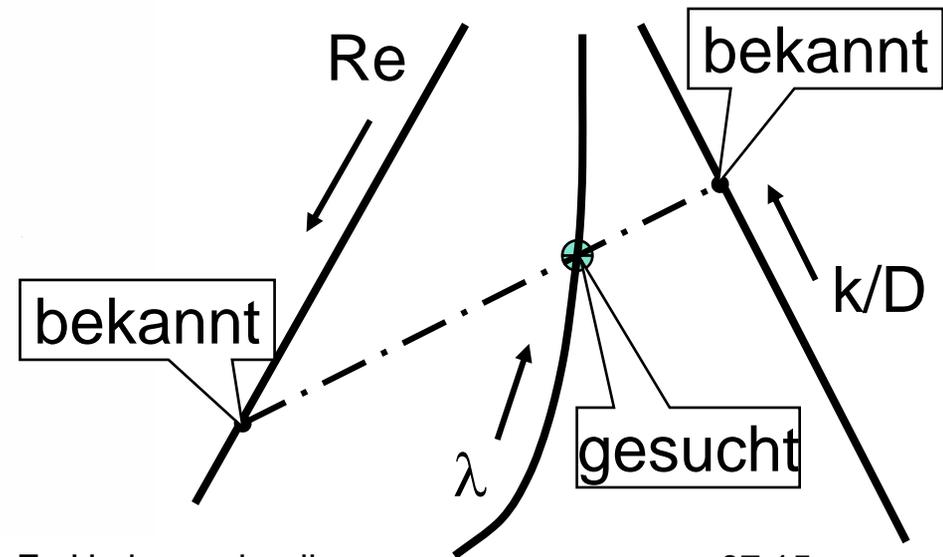
# Widerstandsbeiwert $\lambda$ bei künstlicher Sandrauigkeit (NIKURADSE) (nach Schlichting)



Mock, F.J.:  
 Nomographische Behandlung  
 der Druckrohrberechnung  
 Die Bautechnik 35  
 Heft 5, 1958



Sind REYNOLDS - Zahl und relative Rauheit  $k/D$  bekannt, kann der  $\lambda$  - Wert aus einem der beiden Leiternomogramme entnommen werden. Die Art der Strömung (laminar oder turbulent) braucht nicht bekannt zu sein.

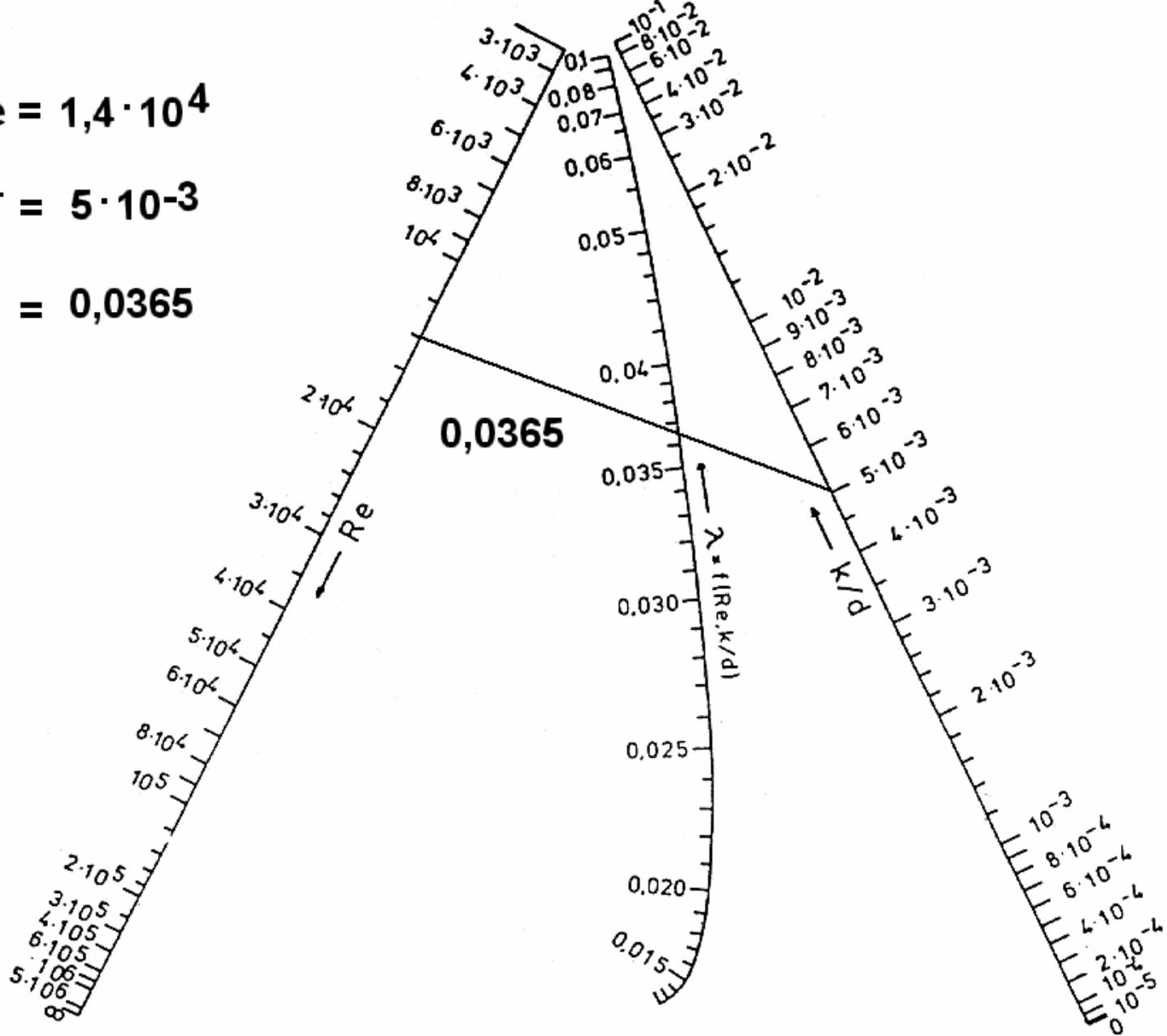


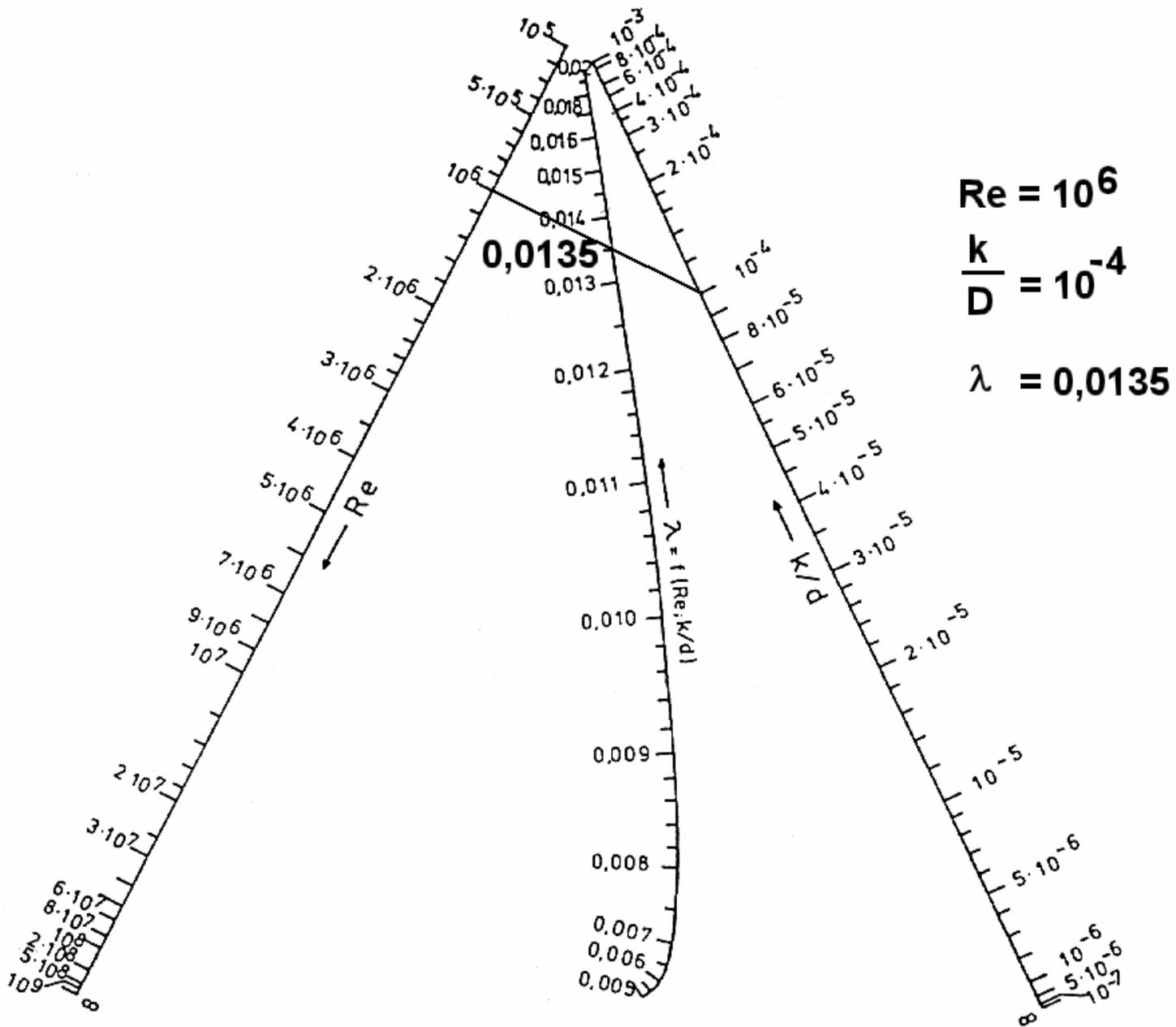


$$Re = 1,4 \cdot 10^4$$

$$\frac{k}{D} = 5 \cdot 10^{-3}$$

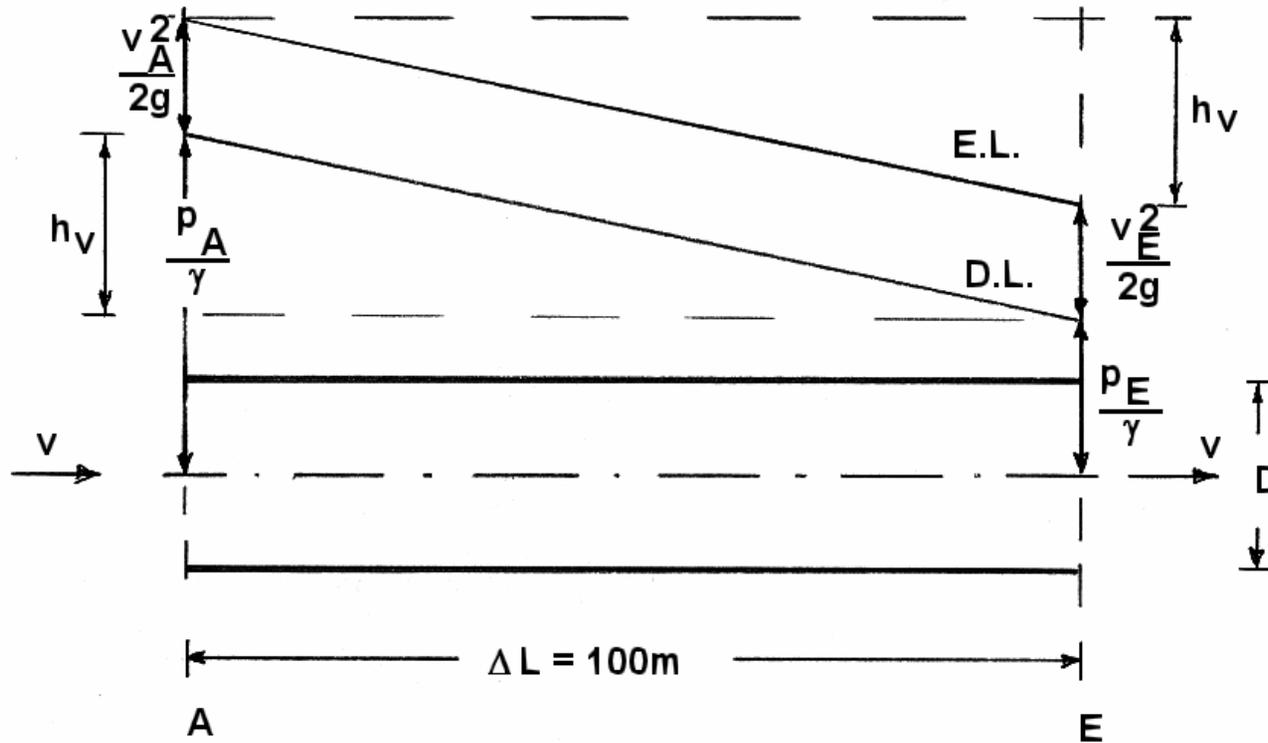
$$\lambda = 0,0365$$







Aufgabe: *Druckhöhenverlust* eines horizontalen Rohrstranges der Länge  $\Delta L = 100\text{m}$  für *verschiedene* Strömungsgeschwindigkeiten  $v = 0,1; 1; 20\text{m/s}$ , Rohrdurchmesser  $D = 0,1; 1; 5\text{m}$  und Rauigkeiten  $k = 0,1; 0,3\text{mm}$ .  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ .



$$\frac{p_A - p_E}{\gamma} = \frac{\Delta p}{\gamma} = h_v = \lambda \cdot \frac{\Delta L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$



# Druckhöhenbedarf in m:

	D	D	D	
v	0,1	1	5	Re bzw. k
	1,00E+04	1,00E+05	5,00E+05	Re
0,1	0,017			k = 0,1mm
0,1	0,018			k = 0,3mm
	1,00E+05	1,00E+06	5,00E+06	Re
1		0,069		k = 0,1mm
1		0,0795		k = 0,3mm
	2,00E+06	2,00E+07	1,00E+08	Re
20			3,7	k = 0,1mm
20			4,5	k = 0,3mm

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = 4,5m \rightarrow \Delta p = 45kPa$$



## Fazit:

Besonders bei langen Rohrleitungen und großen Durchflüssen wirkt sich die Wahl des Rohrdurchmessers  $D$  stark auf den Rohrreibungsverlust aus. Dies wird deutlich, wenn  $v = Q/A$  eingesetzt wird.

$$h_v = \lambda \cdot \frac{\Delta L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}}$$

$$h_v = \lambda \cdot \frac{\Delta L}{D} \cdot \frac{Q^2}{\frac{\pi^2 D^4}{16} \cdot 2 \cdot g}$$

$$h_v = \lambda \frac{\Delta L \cdot 8 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot g \cdot D^5}$$

Der Durchmesser geht mit der 5. Potenz ein !



## Hydraulische Leistungsformel:

Die von einer Pumpe an das Wasser abgegebene Leistung bzw. die vom Wasser an eine Turbine abgegebene Leistung beträgt:

$$P = \gamma \cdot Q \cdot H \quad \text{in kW}$$

(vergl. H. 09, 9-10)

Mit der Definition des Wirkungsgrades

$$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}} = \frac{\text{abgegebene Leistung}}{\text{zugeführte Leistung}} < 1$$

wird die dem Pumpen-Motor-Aggregat aus dem Netz zuzuführende Leistung

$$P_{\text{zu}} = \frac{P}{\eta}$$

und die von einem Turbine-Generator-Aggregat an das Netz abgegebene Leistung

$$P_{\text{ab}} = \eta \cdot P$$



Wird in einem Rohr mit einem Durchmesser  $D = 5\text{m}$  und einer Wandrauheit  $k = 3\text{mm}$  die Fließgeschwindigkeit  $v = 20\text{m/s}$  aufrechterhalten, beträgt der Druckhöhenverlust  $\frac{\Delta p}{\gamma} = 4,5\text{m}$  (07.18)

$$Q = v \cdot A = v \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 20 \cdot \frac{\pi \cdot 5^2}{4} = 20 \cdot 19,63 = 392,7\text{m}^3 / \text{s}$$

Die hydraulische „Verlustleistung“ kann mit der hydraulischen Leistungsformel berechnet werden:

$$P = \gamma \cdot Q \cdot H = \gamma \cdot Q \cdot \frac{\Delta p}{\gamma} = 392,7 \cdot 4,5 = 1767,15\text{ kW}$$

werden dabei in Turbulenz und letztlich in Wärme umgesetzt.